

**ARTHUR MUNEMORI DE CAMARGO PACHECO  
AMARAL**

**ABORDAGENS DE OTIMIZAÇÃO PARA  
COLETA PERIÓDICA DE RESÍDUOS DE  
SERVIÇOS DE SAÚDE**

São Paulo  
2022



**ARTHUR MUNEMORI DE CAMARGO PACHECO  
AMARAL**

**ABORDAGENS DE OTIMIZAÇÃO PARA  
COLETA PERIÓDICA DE RESÍDUOS DE  
SERVIÇOS DE SAÚDE**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para obtenção  
do Título de Engenheiro de Produção.

São Paulo  
2022



**ARTHUR MUNEMORI DE CAMARGO PACHECO  
AMARAL**

**ABORDAGENS DE OTIMIZAÇÃO PARA  
COLETA PERIÓDICA DE RESÍDUOS DE  
SERVIÇOS DE SAÚDE**

Trabalho apresentado à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para obtenção  
do Título de Engenheiro de Produção.

Orientador:  
Leonardo Junqueira

São Paulo  
2022



Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

#### Catálogo-na-publicação

Munemori De Camargo Pacheco Amaral, Arthur

Abordagens de otimização para coleta periódica de resíduos de serviços de saúde / A. Munemori De Camargo Pacheco Amaral -- São Paulo, 2022.

100 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1.Resíduos de Serviços de Saúde 2.Problema de Roteamento de Veículos Periódico 3.Modelagem Matemática 4.Otimização I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II.t.

# AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família por todo o apoio e por me motivarem todos os dias. Aos meus pais por serem um exemplo de dedicação e resiliência e por me darem as condições necessárias para o meu crescimento. E ao meu irmão, por me trazer alegria e força para atingir os meus objetivos.

Aos meus amigos, por todos os momentos compartilhados durante esses cinco anos.

Em especial, agradeço ao Prof. Dr. Leonardo Junqueira, meu orientador, por toda a sua atenção, suporte e paciência durante o desenvolvimento deste Trabalho de Formatura.





O que dá o verdadeiro sentido ao encontro é a busca, e é preciso andar muito para se alcançar o que está perto.

– José Saramago



# RESUMO

Serviços de saúde permeiam a vida de todos os cidadãos, mas pouco se sabe sobre a complexa logística reversa de coleta de resíduos gerados em tais atividades. Este trabalho foi desenvolvido em parceria com uma empresa multinacional de coleta de resíduos de serviços de saúde que atua nesse mercado pouco conhecido pelas pessoas. Os objetivos deste trabalho são aplicar os conceitos da classe de problemas de roteamento de veículos periódico para o contexto da empresa parceira, de forma a desenvolver um modelo matemático que represente a situação enfrentada pela empresa, desenvolver métodos de solução para o problema e, finalmente, testar esses métodos e propor uma solução para a multinacional. A classe de problemas de roteamento de veículos é objeto de estudo da Pesquisa Operacional há mais de 60 anos. Este trabalho realiza uma revisão da literatura sobre algumas variantes do problema, de forma a discutir as características do mundo real que exigem diferentes formulações e aplicações do problema de roteamento de veículos. Em seguida, o estudo de caso é apresentado, onde são descritas as características do problema, além de uma breve descrição da empresa parceira e do seu desafio. O objetivo consiste em minimizar a distância total percorrida pela frota de veículos da empresa de coleta de resíduos, que deve atender a demanda de seus clientes em São Bernardo do Campo e redondezas. Uma vez que o problema é definido, um modelo matemático baseado nos conceitos revisados da literatura referentes ao roteamento de veículos periódico é apresentado para modelar o problema. Outra contribuição deste trabalho é o desenvolvimento de duas heurísticas para solucionar o problema da empresa parceira. Essas diferentes abordagens foram testadas com instâncias retiradas da literatura e também foram comparadas com as soluções obtidas pelo modelo matemático. As principais conclusões dos testes são que as heurísticas possuem bom desempenho tanto para instâncias pequenas quanto para instâncias grandes, sendo adequados para a aplicação no estudo de caso. Além disso, os testes mostram que, claramente, uma das heurísticas possui melhor desempenho que a outra, sendo a de melhor desempenho usada para resolver o problema da empresa parceira. Algumas recomendações são, ao final, dadas para a multinacional, para que esta consiga implementar as heurísticas e conseguir otimizar as suas operações.

**Palavras-chave:** Problemas de Coleta de Resíduos de Serviços de Saúde, Problema de Roteamento de Veículos Periódico, Modelagem Matemática, Otimização.



# ABSTRACT

Healthcare services are present in the lives of all citizens, but little is known about the complex reverse logistics required to deal with the residues of those activities. This study was developed in partnership with a multinational company that markets the collection and treatment of health service waste and operates in this market that is not familiar for most people. The objectives of this work are to apply the concepts of the class of problems named periodic vehicle routing problems in the context of the partner company, in order to develop a mathematical model that illustrates the situation faced by the company, and test the different solution approaches to propose a solution to the multinational. The class of vehicle routing problems has been a study object of Operations Research for the past 60 years. This work performs a literature review about some variations of the problem, in order to discuss the real-life problem applications of the vehicle routing problems. Next, the case study is presented, where the characteristics of the problem and a description of the company are given and its challenge is explained. The objective is to minimize the total distance traveled by the company's vehicle fleet while meeting the demands of its clients in São Bernardo do Campo and surrounding areas. Once the case study is properly defined, a mathematical model based on the concepts taken from the literature on vehicle routing problems is presented to illustrate the problem. Another contribution of this work is the development of two heuristics to solve the challenge faced by the company. These different approaches were tested with different problem instances taken from the literature and were also compared with the solutions obtained by the mathematical model. The main conclusions drawn from the tests are that both heuristics have a good performance when applied to small problem instances as well as big instances, being suitable for implementation in the case study. Moreover, the results show that, clearly, one solution method obtains a better result than the other, and the heuristic with the better performance recommended to the company. In the end, some recommendations are given to the multinational so that it can implement both heuristics and optimize its operations.

**Keywords:** Health Service Waste Collection Problems, Periodic Vehicle Routing Problem, Mathematical Modeling, Optimization.

## LISTA DE FIGURAS

1	Panorama geral de logística tradicional e logística reversa . . . . .	23
2	Ilustração de uma rede de clientes e o depósito de um CVRP . . . . .	27
3	Ilustração de uma rede de clientes com janelas de tempo de atendimento e o depósito de um VRPTW . . . . .	28
4	Ilustração da disposição de clientes em um PVRP clássico . . . . .	35
5	Solução ótima do PVRP . . . . .	35
6	Ilustração do PVRP-SC . . . . .	38
7	Ilustração do PVRPTW . . . . .	40
8	Localização de São Bernardo do Campo . . . . .	46
9	Localização dos clientes e centro de tratamento do estudo de caso . . . . .	47
10	Ilustração da rede composta por clientes, estações de transbordo e unidade central de tratamento . . . . .	48
11	Solução do <i>toy problem</i> obtida pela heurística I . . . . .	76
12	Solução do <i>toy problem</i> obtida pela heurística II . . . . .	77
13	Rotas percorridas nas segundas-feiras . . . . .	88
14	Rotas percorridas nas terças-feiras . . . . .	88
15	Rotas percorridas nas quartas-feiras . . . . .	89
16	Rotas percorridas nas quintas-feiras . . . . .	89
17	Rotas percorridas nas sextas-feiras . . . . .	90
18	Rotas percorridas aos sábados . . . . .	90

## LISTA DE TABELAS

1	Total de municípios do Brasil separados por regiões que apresentam coleta e/ou recebimento de RSS . . . . .	21
2	Tipos de processamento de RSS nos municípios das regiões do Brasil . . . .	22
3	Tipos de instalações da empresa parceira ao redor do mundo . . . . .	46
4	Notação usada para o modelo matemático . . . . .	52
5	Notação usada para a heurística I . . . . .	56
6	Notação usada para a heurística II . . . . .	62
7	Ilustração da base de dados disponibilizada pela empresa parceira . . . . .	72
8	Ilustração da base de dados tratada e completa para o estudo de caso . . . .	72
9	Resultados dos testes do <i>toy problem</i> . . . . .	75
10	Dimensões para os problemas e instâncias do conjunto S2 . . . . .	79
11	Testes comparativos das heurísticas desenvolvidas com o ótimo do Gurobi .	81
12	Dimensões para os problemas e instâncias do conjunto S2 . . . . .	83
13	Resultado das comparações das heurísticas criadas com os problemas retirados da literatura . . . . .	84



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>15</b>
<b>2</b>	<b>Fundamentação teórica</b>	<b>19</b>
2.1	Panorama geral sobre resíduos perigosos e resíduos de serviços de saúde . .	19
2.2	Tratamento de RSS no Brasil . . . . .	21
2.3	Logística reversa . . . . .	22
2.4	Os problemas de roteamento de veículos . . . . .	24
2.4.1	Panorama geral sobre a classe de VRP . . . . .	26
2.4.2	Variantes do VRP . . . . .	28
2.5	O problema de roteamento de veículos periódico . . . . .	32
2.5.1	O PVRP clássico . . . . .	33
2.5.2	O PVRP com <i>service choice</i> (PVRP-SC) . . . . .	36
2.5.3	O PVRP com <i>time windows</i> (PVRPTW) . . . . .	39
2.5.4	O PVRP com estruturas intermediárias (PVRP-IF) . . . . .	41
2.5.5	O <i>flexible</i> PVRP (FPVRP) . . . . .	43
<b>3</b>	<b>Descrição do problema</b>	<b>45</b>
3.1	Estudo de caso . . . . .	45
3.2	Definição do problema . . . . .	49
<b>4</b>	<b>Modelo matemático</b>	<b>50</b>
4.1	Notação . . . . .	50
4.2	Função objetivo e restrições . . . . .	51
<b>5</b>	<b>Métodos de solução</b>	<b>55</b>

5.1	Abordagem sequencial: heurística I . . . . .	55
5.1.1	Primeira etapa da heurística I: Método de Agrupamento . . . . .	55
5.1.2	Segunda etapa da heurística I: Método de Inserção . . . . .	58
5.2	Abordagem de busca local: heurística II . . . . .	61
5.2.1	Primeira etapa da heurística II: Geração de solução inicial . . . . .	62
5.2.2	Segunda etapa da heurística II: Busca local . . . . .	64
<b>6</b>	<b>Implementação das heurísticas</b>	<b>71</b>
6.1	Escolha do <i>solver</i> . . . . .	71
6.2	Linguagem de programação usada . . . . .	71
<b>7</b>	<b>Testes computacionais</b>	<b>74</b>
7.1	<i>Toy Problem</i> . . . . .	74
7.1.1	Teste da heurística I . . . . .	75
7.1.2	Teste da heurística II . . . . .	76
7.2	Testes com instâncias retiradas da literatura . . . . .	77
7.2.1	Instâncias <i>benchmark</i> . . . . .	78
7.2.2	Testes com as instâncias S1 . . . . .	78
7.2.3	Testes com as instâncias S2 . . . . .	82
7.3	Implementação para o estudo de caso . . . . .	85
7.4	Análise de rotas e <i>insights</i> obtidos . . . . .	87
7.5	Recomendação para a empresa parceira . . . . .	91
<b>8</b>	<b>Conclusões e Perspectivas Futuras</b>	<b>93</b>
8.1	Resumo do trabalho . . . . .	93
8.2	Limitações das soluções propostas . . . . .	94
8.3	Considerações finais . . . . .	95
	<b>Referências</b>	<b>97</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Atividades de saúde são essenciais para a vida. Profissionais de saúde como médicos e enfermeiros, instituições como hospitais, clínicas, laboratórios, farmácias, e até mesmo indústrias farmacêuticas são as principais associações feitas quando se pensa em saúde. Este trabalho, porém, visa discutir uma atividade pouco conhecida, a coleta de resíduos, que é tão essencial quanto as demais atividades do setor de saúde. Todas as atividades realizadas pelos agentes e instituições de saúde mencionados geram resíduos. De acordo com Pepin et al. (2014), todos os anos, aproximadamente 16 bilhões de vacinas são administradas no mundo, mas não são todas as seringas e agulhas que são descartadas apropriadamente. As seringas e agulhas são apenas dois de muitos insumos que são usados em qualquer atividade relacionada à saúde e que devem ter uma destinação específica dada a natureza do resíduo. Ou seja, existe um mundo a ser explorado sobre as atividades econômicas relacionadas aos resíduos gerados pelas atividades e agentes da saúde. Este trabalho visa lançar um olhar mais atencioso para a destinação de resíduos de serviços relacionados às atividades de saúde, englobando a destinação de tais resíduos, tratamento e, principalmente, a logística de coleta.

A importância desse assunto começa com a característica tóxica desses resíduos. De acordo com Organization et al. (2015), 85% dos resíduos de serviços de saúde não são perigosos e podem ser comparados com lixo doméstico. Entretanto, os outros 15% são perigosos e podem ser infecciosos, químicos, ou até mesmo radioativos. Este trabalho foca nesses 15% de resíduos que devem ter uma destinação e tratamento muito específicos. A atividade de destinação e descarte de serviços de saúde de forma geral é muito complexa e envolve uma série de regulações para armazenagem, tratamento e descarte adequados. O tratamento é feito, geralmente, por um estabelecimento especializado, e por trás da destinação dos resíduos há uma complexa logística de coleta nos estabelecimentos que produzem esses resíduos.

De acordo com Brasil (2004), Resíduos de Serviços de Saúde (RSS) são resíduos gerados em qualquer serviço prestador de assistência médica, assistência sanitária, ou

semelhantes, que sejam provenientes de hospitais, clínicas, consultórios, farmácias, laboratórios, bancos de sangue, clínicas veterinárias, entre outros. As normas brasileiras de RSS definem o descarte desses resíduos e regem o comportamento de empresas que atuam nessa indústria. Para Gomes e Esteves (2012), os RSS são um problema de extrema importância para a sociedade e para o meio ambiente dada a sua toxicidade ou característica patogênica. Isso torna o trabalho de prestadores de serviço de coleta e destinação de RSS cada vez mais importantes, pois devem ter o cuidado para a destinação e transporte desses resíduos, mas também devem fornecer um serviço de *compliance* regulatório impecável para se adequar às medidas cada vez mais restritivas dos órgãos regulatórios (ANDRÉ; VEIGA; TAKAYANAGUI, 2016).

Este trabalho estuda uma empresa multinacional que possui operações na cidade de São Bernardo do Campo e atua nessa complexa cadeia logística de coleta, transporte e tratamento de resíduos de serviços de saúde. Mais especificamente, este trabalho aborda um problema de otimização de roteiros de uma frota de veículos coletores de resíduos de serviços de saúde da empresa parceira. Para a empresa estudada, os desafios são muitos. Primeiramente, o atendimento ao cliente não é apenas uma questão de satisfação e retenção do mesmo, mas sim uma questão de saúde da população, já que os estabelecimentos não possuem os meios para se desfazer ou até mesmo armazenar esse tipo de resíduo, tornando o papel da empresa especializada ainda mais fundamental. Além disso, de acordo com a própria empresa, o volume coletado em cada estabelecimento é baixo, tornando o custo de operação da frota de veículos muito relevante em relação à receita por cliente. Dito isso, fica claro que as atividades da empresa parceira são essenciais para a saúde pública e devem ser planejadas com muita atenção dada a natureza dos resíduos de seus clientes e a necessidade de cumprimento de prazos. Este trabalho visa estudar conceitos de Pesquisa Operacional para melhorar a eficiência da multinacional estudada, inserida nesse mundo complexo de coleta e tratamento de RSS em São Bernardo do Campo e redondezas. O problema da empresa se assemelha a uma classe de problemas de roteamento de veículos periódico, uma vez que seus desafios são dois: escolher quais clientes atender em cada dia de um dado horizonte de planejamento e qual rota percorrer de forma a minimizar os custos de sua frota de veículos.

Este trabalho tem dois principais objetivos:

- Estudar a classe de problemas de roteamento de veículos periódico e encontrar o tipo de problema que mais se assemelha à realidade da empresa parceira, aplicando metodologias de Pesquisa Operacional para resolver um problema do mundo real;

- Desenvolver um modelo de otimização que represente a operação da empresa parceira e desenvolver métodos de solução para o seu problema. Os métodos de solução precisam usar as informações disponibilizadas pela multinacional, como a frota de veículos que tem em mãos e os dados dos clientes, e desenvolver uma solução que atenda a demanda dos clientes de forma eficiente.

Neste trabalho, foram desenvolvidas duas heurísticas capazes de resolver o problema enfrentado pela empresa parceira, que envolve as decisões de escolha dos dias de atendimento de seus clientes e das rotas a serem realizadas em cada dia. Com as soluções obtidas pelas heurísticas, é esperado que as operações da empresa parceira sejam otimizadas.

Este trabalho é organizado da seguinte forma:

- **Capítulo 1 - Introdução:** Apresentação do tema deste trabalho de formatura, motivações e objetivos;
- **Capítulo 2 - Fundamentação teórica:** Revisão da literatura que servirá de base para o modelo matemático, englobando conceitos de logística reversa, problemas de roteamento de veículos e suas variações;
- **Capítulo 3 - Descrição do problema:** Apresentação do estudo de caso na empresa multinacional que atua no mercado de coleta e tratamento de resíduos de serviços de saúde;
- **Capítulo 4 - Modelo matemático:** Formulação do modelo matemático mais aplicável para o caso da empresa parceira e explicação do motivo da escolha desse modelo;
- **Capítulo 5 - Métodos de solução:** Descrição das heurísticas desenvolvidas no trabalho e explicação do funcionamento de cada uma;
- **Capítulo 6 - Implementação do modelo:** Explicação da tradução do modelo em linguagem computacional;
- **Capítulo 7 - Testes computacionais:** Testes realizados com as duas heurísticas criadas e com o modelo matemático e avaliação da qualidade das heurísticas com base nas respostas dos diversos problemas de referência da literatura. Por fim, é realizada a implementação dos algoritmos no estudo de caso e é dada uma recomendação à empresa parceira.

- **Capítulo 8 - Conclusões e perspectivas futuras:** Revisão do trabalho, com descrição dos principais passos dados até a sugestão da solução para a empresa parceira. Uma seção é dedicada para expor as limitações das soluções propostas. Finalmente, as considerações finais sobre o trabalho são apresentadas.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo traz uma discussão dos tópicos que servirão de base para o desenvolvimento do modelo matemático deste trabalho. Primeiro, o autor traz uma discussão sobre os RSS e como o seu tratamento e descarte corretos exigem uma infraestrutura específica e uma logística de coleta complexa. Depois, há uma discussão sobre os problemas de roteamento de veículos e as suas aplicações, inclusive para a coleta de RSS.

### 2.1 Panorama geral sobre resíduos perigosos e resíduos de serviços de saúde

O tratamento de RSS e outros resíduos possivelmente perigosos é extremamente complexo, já que lida com produtos possivelmente contaminantes e tóxicos. De acordo com Organization (2018), os resíduos e materiais descartados podem pertencer às seguintes categorias:

- **Resíduo contaminante:** Resíduo contaminado com sangue e outros fluidos corporais de amostras de diagnóstico descartadas, culturas de agentes infecciosos originados em laboratório ou resíduos de pacientes com alguma infecção (como *band aids* e outros dispositivos médicos descartados);
- **Resíduo patológico:** Tecidos humanos, órgãos ou fluidos, partes do corpo contaminadas e carcaças de animais contaminadas;
- **Materiais perfurocortantes:** Seringas, agulhas, bisturis e outras lâminas;
- **Resíduo químico:** Solventes e reagentes usados em laboratório, desinfetantes, esterilizantes, metais pesados usados em dispositivos médicos (como o mercúrio de termômetros quebrados) e baterias;
- **Resíduo farmacêutico:** Drogas ou vacinas vencidas, não usadas ou contaminadas;

- **Resíduo citotóxico:** Substâncias contaminantes com propriedades genotóxicas (que podem causar mutações e câncer), como drogas citotóxicas usadas em tratamento de câncer;
- **Resíduo radioativo:** Como produtos contaminados com material radioativo, incluindo alguns materiais radioativos usados para diagnóstico ou materiais radioterapêuticos;
- **Materiais não perigosos ou resíduos gerais:** São resíduos que não possuem nenhum perigo biológico, químico, radioativo ou físico.

O foco deste trabalho é nos resíduos perigosos, que são os que exigem a prestação de serviço de uma empresa especializada no transporte e tratamento dos mesmos, como a multinacional estudada neste trabalho. Mais especificamente, o trabalho trata de um desafio enfrentado pela empresa parceira em São Bernardo do Campo, onde possui uma estação de tratamento de resíduos de serviços de saúde, considerados perigosos por sua natureza contaminante ou tóxica.

Ainda de acordo com Organization et al. (2015), as maiores fontes de RSS são:

- Hospitais e outros estabelecimentos de saúde;
- Laboratórios e centros de pesquisa;
- Centros de autópsia e mortuário;
- Laboratórios e centros de pesquisa e teste em animais;
- Bancos de sangue e centros de coleta;
- Casas para idosos.

Países desenvolvidos geram cerca de 0,5 kg de RSS perigosos por leito de hospital por dia, enquanto países emergentes e subdesenvolvidos geram uma média de 0,2 kg (ORGANIZATION, 2018). Entretanto, em países em desenvolvimento, RSS não são separados entre perigosos e não perigosos, tornando a quantidade real de resíduos perigosos produzida muito maior, uma vez que o resíduo perigoso contamina o resíduo não perigoso.

O tratamento inadequado de resíduos de serviços de saúde e resíduos tóxicos de forma geral causa uma série de riscos para a população e meio ambiente. Algumas consequências do tratamento e destinação inadequados desses resíduos incluem poluição do ar, radiação,



exposição tóxica e radioativa (ORGANIZATION et al., 2015). Para tratar esse tipo de resíduo, uma infraestrutura específica é necessária, e na próxima seção será discutida a infraestrutura instalada no Brasil.

## 2.2 Tratamento de RSS no Brasil

Cafure e Patriarcha-Graciolli (2015) exploram doze artigos sobre RSS e seus impactos ambientais. Os autores mostram que, na região sul, há uma maior concentração de pesquisas relacionadas ao tema, sendo também a região com a maior taxa de processamento desses resíduos em seus municípios. O tratamento de RSS acontece em unidades fabris específicas para o tratamento, destinação e disposição de RSS. Em termos absolutos, a região com maior número de municípios com infraestrutura de processamento de RSS é a região sudeste, como ilustrado pela Tabela 1, que apresenta o total de municípios de cada região do Brasil agrupando-os quanto à existência ou não de processamento de RSS.

Tabela 1: Total de municípios do Brasil separados por regiões que apresentam coleta e/ou recebimento de RSS

Região	Total de municípios	Com processamento de RSS	% com processamento	Sem processamento de RSS	% sem processamento
Norte	304	140	46%	164	54%
Nordeste	1309	790	60%	519	40%
Sul	997	705	71%	292	29%
Sudeste	1492	806	54%	686	46%
Centro-Oeste	367	172	47%	195	53%

Fonte: Cafure e Patriarcha-Graciolli (2015)

O resíduo é transportado até essas estações de tratamento e passa por um processo de controle da qualidade para a verificação da presença de substâncias não permitidas. Se houver alguma infração, o agente regulador é informado, como explicado pela empresa parceira. Depois, o resíduo é tratado por incineração em fornos especiais ou por outros métodos de esterilização. Uma vez tratados, são direcionados para os locais apropriados de descarte. A Tabela 2, retirada de Cafure e Patriarcha-Graciolli (2015), mostra o número de estabelecimentos de processamento de RSS distribuídos por região do Brasil. A soma das colunas, em cada linha, representa o número total de estações de tratamento de RSS por região do Brasil e a soma das linhas em cada coluna representa o número total de estabelecimentos por tipo de processamento no Brasil.

A Tabela 2 mostra as diferentes formas de tratamento de resíduos de serviços de saúde. É possível perceber que o método de processamento mais comum, em quase todas as regiões, é a incineração. Outros métodos incluem a queima em forno simples, queima a céu aberto e autoclave, que é um tratamento térmico que consiste na aplicação de vapor

Tabela 2: Tipos de processamento de RSS nos municípios das regiões do Brasil

Região do Brasil	Incineração	Queima em forno simples	Queima a céu aberto	Tratamento por autoclave	Tratamento por micro-ondas	Outro
Norte	48	10	69	1	0	23
Nordeste	276	48	439	6	0	75
Sul	487	5	1	461	19	67
Sudeste	488	38	68	285	57	99
Centro-Oeste	80	30	39	10	0	27

Fonte: Cafure e Patriarcha-Gracioli (2015)

de água sob pressão e altas temperaturas, destruindo os agentes patogênicos. No caso da empresa parceira, a sua instalação em São Bernardo do Campo trata os resíduos coletados pelo método de tratamento por micro-ondas, que desinfeciona os resíduos por meio de sua exposição a ondas eletromagnéticas de alta frequência (PEREIRA; SILVA; SOUZA, 2012).

Foi ilustrada a infraestrutura necessária para tratar os resíduos de serviços de saúde e resíduos possivelmente tóxicos de forma geral. Entretanto, essa é apenas a última etapa da cadeia de tratamento de resíduos tóxicos. Antes do tratamento, os resíduos devem ser coletados dos estabelecimentos que geram esses resíduos. Empresas que prestam o serviço de coleta de RSS devem ter cuidado no manuseio desses produtos por conta de sua natureza tóxica. Ramos et al. (2011) construíram sete parâmetros para a vulnerabilidade no manejo de RSS: segregação, tratamento prévio, acondicionamento, transporte interno, armazenamento intermediário, armazenamento externo e disposição final de estabelecimentos de saúde de atenção primária, secundária e terciária. Todas essas funções são performadas pela empresa parceira. Esses parâmetros ilustram a complexidade do serviço de manuseio de RSS e outros resíduos perigosos.

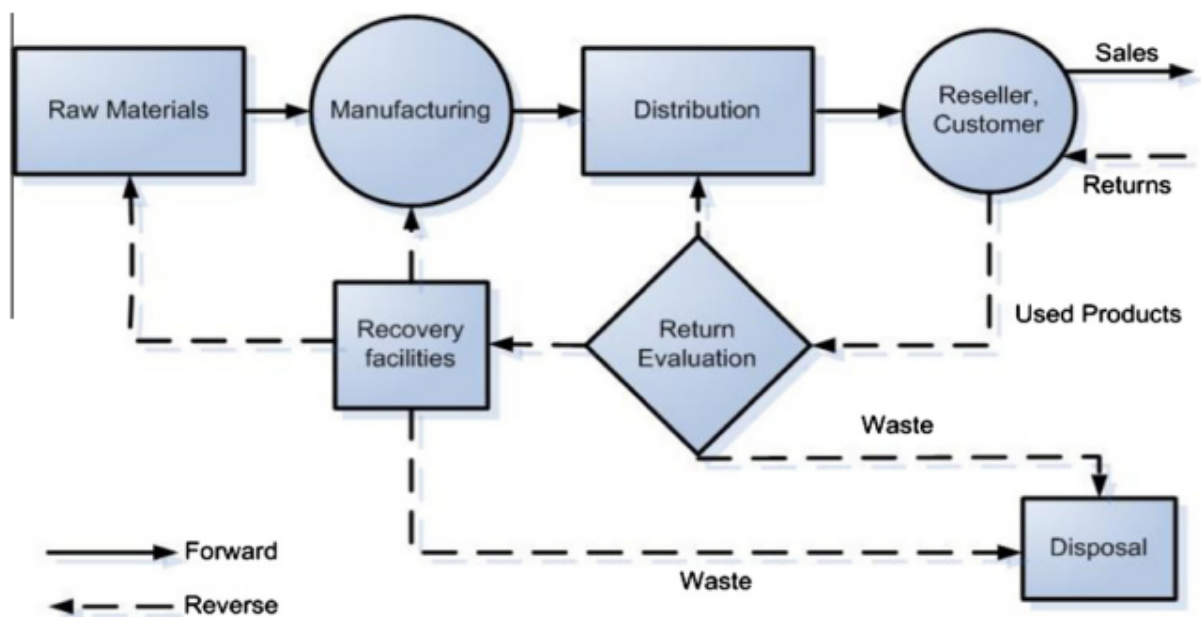
## 2.3 Logística reversa

A coleta de resíduos de serviços de saúde pode ser caracterizada como uma atividade de logística reversa, que é a logística de retorno de produtos, reciclagem, ou disposição de material (STOCK, 1998). Aqui, será apresentada a discussão trazida por Govindan, Soleimani e Kannan (2015) sobre o tema Logística Reversa, ou *Reverse Logistics* (RL), definida como “o processo de planejar, implementar e controlar de forma eficiente o fluxo de materiais, inventário, produtos finais e semelhantes do ponto de consumo para o ponto de origem com o propósito de recapturar valor ou fazer o descarte apropriado”. No caso da empresa estudada, o objetivo da logística reversa é o recolhimento de resíduos de

estabelecimentos clientes e o descarte em uma central de tratamento específica.

Assim, a logística tradicional, chamada de *forward logistics*, em sua forma clássica, é uma combinação de processos para atender as necessidades de clientes, ou seja, o produto chegar até uma rede de clientes. No caso da logística reversa, o processo começa com os clientes finais, onde os produtos (ou resíduos) são coletados e devem, a partir daí, ser levados para uma estação de tratamento, descarte, ou reparo (no caso de revenda e captura de valor, por exemplo). De acordo com Govindan, Soleimani e Kannan (2015), se considerarmos a logística tradicional junto com a logística reversa, temos uma rede resultante ilustrada na Figura 1, chamada de *closed-loop supply chain* (CLSC). Na figura, a logística tradicional é apresentada por linhas sólidas, enquanto a logística reversa é apresentada por linhas pontilhadas. De acordo com os mesmos autores, uma atenção crescente tem sido dada para o tema de logística reversa por conta de uma maior conscientização pública a respeito dos chamados *End of life products*, cuja coleta e descarte geralmente são regulados.

Figura 1: Panorama geral de logística tradicional e logística reversa



Fonte: Tonanont (2009)

A coleta de resíduos de serviços de saúde e entrega para uma unidade de tratamento e descarte é um caso de logística reversa. O desafio da empresa estudada neste trabalho é encontrar um roteamento para a sua frota de veículos para realizar a logística reversa da forma mais eficiente possível, ou seja, percorrendo a menor distância possível entre

diferentes clientes até chegar na estação de tratamento e descarte. A classe de problemas que endereça esse tipo de desafio é chamada de problemas de roteamento de veículos, ou *Vehicle Routing Problems* (VRP). Nesse estudo, um tipo específico de VRP é aplicado na empresa parceira de forma a minimizar a distância percorrida pela sua frota de veículos ao atender os clientes localizados em São Bernardo do Campo e arredores. Dessa forma, torna-se necessário descrever essa classe de problemas e as suas extensões.

## 2.4 Os problemas de roteamento de veículos

Como mencionado por Kramer, Subramanian e Penna (2015), em sua forma mais básica, o VRP foca em encontrar rotas ótimas de uma frota de veículos para satisfazer a demanda de um número de clientes. Os problemas de roteamento de veículos pertencem a uma das classes de problemas de logística de distribuição mais estudadas na área de otimização combinatória dada a sua aplicabilidade em cadeia de suprimentos. O VRP foi introduzido por Dantzig e Ramser (1959) para resolver um problema de distribuição de gasolina para clientes (postos de gasolina). O problema tratava da otimização do roteiro de uma frota de caminhões tanque entre um terminal (estoque de gasolina) e postos de gasolina (os clientes).

De acordo com Laporte e Nobert (1987), o VRP é uma generalização do *Traveling Salesman Problem* (TSP), problema onde um conjunto de cidades e custos de viagem entre cidades são dados e um vendedor deve percorrer todas as cidades com o menor custo possível. O VRP combina o *Traveling Salesman Problem* com o *Bin Packing Problem* (COFFMAN; GAREY; JOHNSON, 1984), onde itens de diferentes tamanhos devem ser alocados em um número finito de recipientes com capacidade limitada, de forma a minimizar o número de recipientes usado. O objetivo do VRP é, geralmente, minimizar o custo total de transporte de uma frota de veículos de forma a atender a demanda de um conjunto de clientes. Ou seja, no VRP, encontramos ambos os tipos de problemas: o de minimizar o custo de transporte de forma a satisfazer (passar por) todos os clientes e, ao mesmo tempo, a capacidade de cada veículo de transporte não pode ser ultrapassada. O TSP é, na verdade, um VRP com apenas um veículo.

O VRP pode parecer simples, já que, para resolvê-lo, basta determinar todas as rotas possíveis entre nós e escolher aquelas com a menor distância percorrida total. Entretanto, é um problema complexo, porque a sua resolução é considerada *NP-hard*, ou *Non-deterministic Polynomial Time Hard* de acordo com Garey e Johnson (1979), uma vez que a dificuldade de encontrar a solução ótima dos roteiros aumenta exponencialmente

com o número de clientes dada a natureza fatorial do crescimento de soluções possíveis. O número de soluções possíveis de um VRP é da ordem de  $n!$ , onde  $n$  é o número de nós (locais que os veículos devem visitar). Cordeau et al. (2002) afirmam que, por ser um problema de otimização combinatória do tipo *NP-hard*, apenas um número pequeno de instâncias pode ser resolvido de forma ótima.

O VRP clássico pode ser formulado da seguinte forma, como explicam Cordeau et al. (2002): Seja  $G = (V, A)$  um grafo onde  $V = v_0, v_1, \dots, v_n$  é um conjunto de vértices e  $A = (v_i, v_j) : v_i, v_j \in V, i \neq j$  é um conjunto de arcos. O vértice  $v_0$  representa o depósito e os outros vértices representam os clientes que devem ser atendidos. Ao conjunto  $A$  é associada uma matriz de custos  $(c_{ij})$  e uma matriz de tempos de viagem  $(t_{ij})$ . Se essas matrizes são simétricas, como é normalmente o caso, então é padrão definir o VRP em um grafo não direcionado  $G = (V, E)$ , onde  $E = (v_i, v_j) : v_i, v_j \in V, i < j$  é um conjunto de arestas. Cada cliente tem uma demanda não negativa  $q_i$  e tempo de serviço  $s_i$ . Uma frota de  $m$  veículos idênticos com capacidade  $Q$  está localizada no depósito ( $v_0$ ), sendo que o número de veículos pode ser conhecido ou modelado como uma variável de decisão. O objetivo do VRP é encontrar um conjunto de no máximo  $m$  rotas de coleta (ou entrega) de forma a minimizar o custo de roteamento.

Quanto às restrições, a restrição mais intuitiva nessa classe de problemas é que a demanda total de cada rota não pode exceder  $Q$ , sendo uma restrição que define que toda a demanda atendida por um dado veículo, em um dado período, não pode ultrapassar a capacidade do veículo. Afinal, um veículo não pode percorrer uma rota onde a soma das demandas dos clientes - como uma quantidade de RSS a serem recolhidos em cada ponto, por exemplo - ultrapasse a capacidade do veículo - nesse caso, sua capacidade de carregar um certo volume de RSS. Da mesma forma, se o problema for visto do ponto de vista de entregas, o veículo não pode carregar uma quantidade de produtos - em volume ou em peso - maior do que a sua capacidade. Outras restrições incluem uma que indica que cada rota deve começar e terminar no depósito e outra que indica que cada cliente é visitado exatamente uma vez por um veículo apenas. Esse roteamento ótimo pode significar diferentes coisas dependendo do tipo de VRP. Uma solução ótima pode ser, por exemplo, aquela que minimiza a distância total percorrida pelos veículos. Entretanto, conforme restrições são adicionadas ao problema, como restrições de capacidade e de janelas de tempo, o escopo do problema muda e surgem as diferentes variações do VRP, que serão discutidas a seguir.

Várias aplicações de mundo real do VRP, incluindo nas indústrias de alimentos, resíduos sólidos e bebidas, podem ser encontradas em Golden, Assad e Wasil (2002).

No caso da multinacional abordada nesse estudo, será aplicada uma variação do VRP para a coleta de resíduos de serviços de saúde. Nesse caso, os clientes possuem demanda periódica em determinado horizonte de tempo. A classe de problemas com demanda periódica é discutida após o maior detalhamento do VRP.

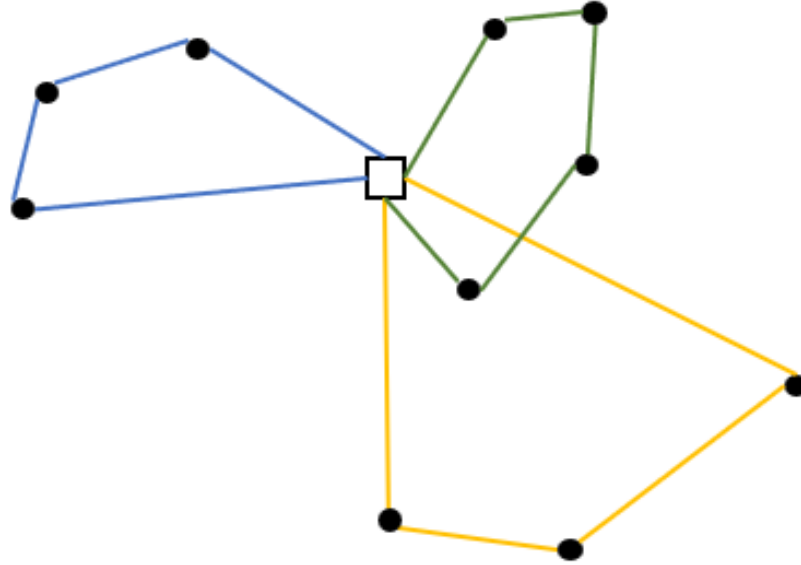
### 2.4.1 Panorama geral sobre a classe de VRP

Muñoz (2018) cita o livro de Toth e Vigo (2014) como uma referência para o estudo de VRP, além de variantes dessa classe de problemas. O livro é dividido em 3 partes. A primeira parte introduz a classe de problemas, suas aplicações e os principais modelos matemáticos, além de apresentar uma versão do VRP que é extensamente estudada, o *Capacitated VRP*, ou CVRP. A restrição característica desse problema é a restrição de capacidade da frota de veículos. Na segunda parte do livro, são apresentadas algumas variantes do VRP. Na terceira parte, os autores discutem os problemas com aplicações reais do VRP. Apesar da notação do problema variar de acordo com o trabalhando e autor (alguns autores chamam o conjunto de clientes de  $C$  e outros, de  $N$ , por exemplo), as características e estrutura do problema são semelhantes. A formulação a discussão trazidas aqui são idênticas às trazidas por Toth e Vigo (2014).

No CVRP, há um único depósito, indicado como nó 0, de onde produtos são distribuídos para  $n$  consumidores, os nós  $N = 1, 2, \dots, n$ . Cada consumidor  $i \in N$  tem uma demanda conhecida  $q_i$ . A distribuição de produtos é feita por uma frota de veículos  $|K|$  homogênea, sendo que todos os veículos possuem a mesma capacidade  $Q > 0$ . Além disso, há um custo associado à viagem dos veículos do nó (cliente)  $i$  para o nó  $j$ , indicado por  $c_{ij}$ . Um grafo não direcionado pode ser usado para representar o problema quando o custo de atravessar  $(i, j)$  é o mesmo que o custo de atravessar  $(j, i)$ , ou seja,  $c_{ij} = c_{ji}$ . Os nós são definidos pelo conjunto  $V = \{0\}N$ , ou seja, pelo depósito e todos os clientes. As arestas em um grafo não direcionado são definidas pelo conjunto  $E = e = i, j = j, i : i, j \in V, i \neq j$ . Por fim, o grafo  $G = (V, E)$  é formado pelos nós e arestas, representando toda a rede de depósito e clientes. Dados os custos  $c_{ij}$  e demanda  $q_i$ , o CVRP é definido pelo grafo  $G$  ponderado  $G = (V, E, c_{ij}, q_i)$  e a frota  $K$  com capacidade  $Q$  para cada veículo. Nota-se que o CVRP é um tipo de problema dentro da classe dos VRP, sendo a formulação do primeiro apenas uma adaptação da formulação base do segundo (CORDEAU et al., 2002).

O CVRP é ilustrado pela Figura 2, que possui um nó central (o centro de coleta ou de distribuição), que é o destino dos produtos recolhidos dos clientes, que formam o conjunto de nós ao redor desse nó central.

Figura 2: Ilustração de uma rede de clientes e o depósito de um CVRP



Fonte: Elaborado pelo autor

Uma rota é definida pela sequência  $r = (i_0, i_1, i_2, \dots, i_{s+1})$ , onde  $i_0 = i_{s+1}$  é o depósito, em que um conjunto de clientes  $S = i_1, i_2, \dots, i_s \subseteq N$  é visitado por um único veículo. A rota  $r$  tem custo  $c(r) = \sum_{p=0}^s c_{i_p, i_{p+1}}$ . A viabilidade dessa rota é garantida se a restrição de capacidade  $q(S) = \sum_{i \in S} q_i \leq Q$  é respeitada e se cada cliente for visitado apenas uma vez ( $i_j \neq i_k$ ) para todos  $1 \leq j < k \leq s$ . Se essas condições forem respeitadas,  $S \subseteq N$  é um conjunto viável. A solução é formada por  $|K|$  rotas viáveis, uma para cada veículo  $k \in K$ . Por fim, temos que as rotas  $r_1, r_2, \dots, r_K$  e o conjunto  $S_1, S_2, \dots, S_K$  são uma solução viável para o CVRP se todas as rotas forem viáveis e os conjuntos formam uma partição de  $N$ . Se alguns veículos da frota não forem usados, as rotas desses veículos serão formadas pela sequência  $(i_0, i_{s+1})$ ; como  $i_0 = i_{s+1} = \text{depósito}$ , o veículo não sai desse nó 0).

Ou seja, o CVRP consiste em realizar duas tarefas diferentes: i) a partição do conjunto de clientes  $N$  em subconjuntos viáveis  $S_1, S_2, \dots, S_{|K|}$ ; e ii) o roteamento de cada veículo  $k \in K$  através de  $\{0\} \cup S_k$ . A tarefa ii consiste em unir, na forma de um roteiro, cada conjunto viável (tarefa i) com o depósito, que é o nó 0. Um ponto interessante de ser ressaltado é que essa segunda tarefa requer a solução do *Traveling Salesman Problem* (TSP). As duas tarefas são entrelaçadas, porque o custo de um subconjunto depende do roteamento, que depende dos subconjuntos de clientes como *input* (TOTH; VIGO, 2014).

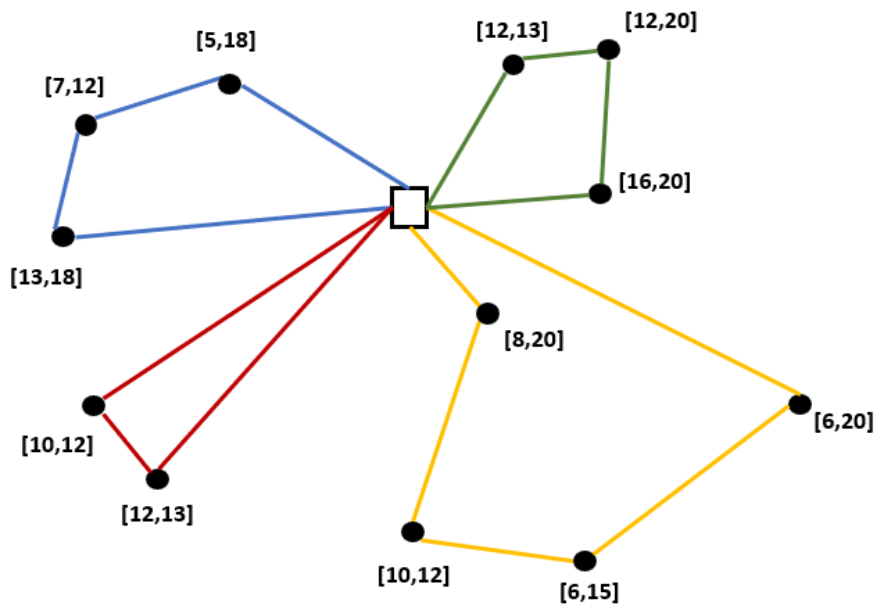
## 2.4.2 Variantes do VRP

Nessa seção, são apresentadas as principais variações do VRP e as suas aplicações.

### VRP com janelas de tempo (VRPTW):

É uma variante do VRP onde o cliente tem um horizonte de tempo restrito em que ele pode ser atendido, ou seja, é adicionada ao VRP uma restrição de tempo de visita para cada nó. Essa janela de tempo  $[a_i, b_i]$  pode ser rígida ou flexível. No primeiro caso, a violação é proibida, enquanto no segundo caso, a janela de tempo pode ser infringida, mas um custo será incorrido. A Figura 3 ilustra o VRP com janelas de tempo, com cada nó tendo uma janela de tempo (em colchetes) em que deve ser atendido.

Figura 3: Ilustração de uma rede de clientes com janelas de tempo de atendimento e o depósito de um VRPTW



Fonte: Elaborado pelo autor

Como esse problema envolve horizontes de tempo em que o cliente está disponível, a ele é associada uma matriz de tempos, que possui os tempos de viagem entre diferentes nós. O tamanho dessa janela de tempo em que o cliente pode ser atendido influencia muito a viabilidade das soluções, sendo que para janelas de tempo estreitas, um número menor de soluções é viável, e para janelas de tempo grandes, o problema se assemelha a um CVRP (RAMIREZ, 2021). O tamanho da janela de tempo também influencia a abordagem de resolução do problema, podendo ser exata ou baseada em heurísticas ou meta-heurísticas (DESAULNIERS; MADSEN; ROPKE, 2014).



Desaulniers, Madsen e Ropke (2014) dissertam sobre as formulações matemáticas do VRPTW e explicam métodos de solução exatos e heurísticos. No caso de soluções exatas, os autores focam métodos de resolução desenvolvidos após os anos 2000 como o *Branch-and-Cut* e o *Branch-and-Cut-and-Price*. Métodos de solução desenvolvidos antes dos anos 2000 são ilustrados em Cordeau e Montréal (2000).

### **VRP com frota heterogênea (HVRP):**

Trata-se de um VRP que envolve diferentes tipos de veículos. O impacto dessa característica no problema é devida às diferentes capacidades e custos de roteamento de cada veículo.

Koç et al. (2016) descrevem o HVRP e classificam as suas variações. Geralmente, os HVRP consideram uma frota de veículos em que cada veículo tem um custo fixo para atender os clientes, cujas demandas são conhecidas. Esses problemas consistem na determinação da composição do veículo e rotas, além de cumprir as restrições do problema. Os principais tipos de HVRP são o *Fleet Size Routing Problem and Mix Vehicle Routing Problem* (FSMVRP), que usa uma frota de veículos heterogênea e ilimitada e foi introduzido por Golden et al. (1984), e *Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem* (HFFVRP), em que a frota de veículos é pré-determinada e foi introduzido por Taillard (1999). Koç et al. (2016) também apresentam três formulações para o HVRP, duas baseadas em fluxo de *commodities* e uma baseada em partição de conjuntos, sendo a primeira a formulação mais comum. Nesta, a função objetivo visa minimizar a soma de custos fixos e variáveis da frota de veículos.

Como mencionado, o FSMVRP foi introduzido por Golden et al. (1984) e tinha o objetivo de encontrar o número de veículos e a sua capacidade para acomodar uma demanda a um custo mínimo. O problema consiste na determinação das especificações da frota, considerando tanto os custos variáveis dessa frota quanto os custos fixos de arrendamento desses veículos. Além disso, o problema permitia que a frota fosse heterogênea, com diferentes tipos de veículos. A principal diferença do FSMVRP para o CVRP é a possibilidade de usar um número ilimitado de veículos na frota, fazendo com que o problema consista na determinação da melhor frota de veículos.

Já a variação HFFVRP foi introduzida por Taillard (1999) e é mais semelhante ao CVRP, uma vez que consiste na solução de uma instância VRP com uma dada frota heterogênea de veículos. O modelo matemático considera apenas os custos variáveis da frota e é baseado na solução de um VRP convencional (com frota homogênea) para cada tipo de veículo (RAMIREZ, 2021). Por fim, as soluções são combinadas para originar a

solução final do problema.

### **VRP com *Site Dependencies* (VRPSD):**

O VRP com *Site Dependencies*, ou VRPSD, é uma alteração que generaliza o VRP original de forma a considerar a compatibilidade entre clientes e tipos de veículos (CHAO et al., 1998). Uma das aplicações dessa variação é a logística urbana, em que alguns tipos de clientes não podem ser atendidos por determinado tipo de veículo dadas algumas restrições de localização, por exemplo. Outro exemplo citado pelos autores é o fato de clientes grandes precisarem de veículos de maior capacidade e clientes pequenos não terem a mesma necessidade, enquanto outros podem ser atendidos por qualquer tipo de veículo.

No VRPSD, uma frota heterogênea de veículos é composta por diversos tipos de veículos, sendo o número destes limitado dentro da frota (por exemplo: três veículos pequenos, cinco médios e oito grandes). Para cada cliente  $i$ , há um conjunto de tipos de veículos possíveis associados ao cliente, denotado por  $A(1) = Tipo1, Tipo2, Tipo3$ ,  $A(2) = Tipo1, Tipo3$  e  $A(3) = Tipo3$ . Como mencionam Chao et al. (1998), o VRPSD requer que um tipo de veículo adequado em  $A(i)$  seja selecionado para cada cliente  $i$ . Depois, um VRP é resolvido para cada cliente atendido por determinado tipo de veículo.

### **VRP com múltiplas viagens (MTVRP):**

Fleischmann (1990) introduziu o conceito de múltiplas viagens para aproximar o problema de situações cotidianas de grandes cidades. De acordo o mesmo, uma premissa comum do VRP é que cada veículo faz a viagem de e para o centro de distribuição (o nó 0) uma vez no período, e isso não se aplica a algumas situações vivenciadas em grandes cidades, onde “as demandas são grandes e os tempos de viagem são curtos” e onde os veículos devem fazer diversas rotas em um mesmo dia.

### **VRP com *Backhauls* (VRPB):**

Nesse problema, o conjunto de clientes é dividido entre clientes de coleta e clientes de entrega. O primeiro tipo exige que produtos sejam coletados de seus estabelecimentos e entregues para o depósito e o segundo tipo demanda que uma quantidade de produto seja entregue a partir da coleta do depósito. Os clientes de entrega são visitados antes que os clientes de coleta e todas as entregas devem ser embarcadas no centro de distribuição. O VRPB foi introduzido por Deif e Bodin (1984), que trazem um exemplo interessante de sua aplicação a indústria de bens de consumo, em que supermercados e lojas de vizinhança são os clientes de entrega e a indústria é a fornecedora e o cliente de coleta.

Ainda de acordo com Deif e Bodin (1984), o objetivo do VRPB é determinar o conjunto

de rotas tal que: i) cada veículo comece e termine no depósito; ii) cada veículo realize apenas uma rota; iii) cada cliente seja visitado por apenas um veículo; iv) em cada rota, os clientes de entrega são visitados, seguidos pelos clientes de coleta; v) para cada rota, a demanda total associada aos clientes de coleta e entrega não ultrapasse a capacidade do veículo; vi) a distância total percorrida é minimizada; vii) cada rota contenha ao menos um veículo e rotas contendo apenas clientes de coleta não são permitidas.

### **VRP com *pickup and delivery* (VRPPD):**

No VRPPD, um frota de veículos estabelecida em múltiplos terminais deve satisfazer uma série de pedidos de transporte. Cada pedido é definido por um ponto de coleta, um ponto de entrega e uma quantidade que deve ser transportada entre essas duas localizações (DESAULNIERS et al., 2002). O transporte pode ser de bens ou pessoas; no último caso, o problema é chamado de *dial-a-ride*. Solomon e Desrosiers (1988), Desaulniers et al. (2002) e Savelsbergh e Sol (1995) discutem o VRPPD com *Time Windows* ou VRPPDTW, que é uma generalização do VRPTW. O último é, na verdade, um VRPPDTW onde as origens dos produtos demandados e os destinos dos produtos supridos são o mesmo depósito (DESAULNIERS et al., 2002). O VRPPDTW tem uma série de aplicações no mundo real, como o transporte de pessoas com deficiência e idosos, embarque e desembarque de cargas marítimas ou aérea, e embarque e desembarque de cargas urbanas no período noturno.

Como menciona Desaulniers et al. (2002), problemas dessa classe envolvem restrições de tempo que estabelecem intervalos de tempo em que os serviços devem ser prestados a cada nó, ou restrições que expressem a conveniência do usuário e máximo de tempo que um usuário pode ser deslocado. Por exemplo, no caso de janelas de tempo para problemas do tipo *dial-a-ride*, preferências de tempo de deslocamento e entrega em um local são especificados pelo cliente. Além de janelas de tempo serem especificadas em cada terminal, o VRPPD envolve uma série de outras restrições, como: i) visita de cada terminal de embarque e desembarque apenas uma vez; ii) não exceder a capacidade do veículo; iii) combinar embarques e desembarques para o mesmo veículo e rotas, o que implica em uma precedência de visitas para cada embarque e desembarque; iv) restrições de terminais, que podem exigir que veículos específicos retornem para terminais apropriados; e v) restrições de recursos que restringem o número de motoristas e tipos de veículos.

Uma das heurísticas usadas para resolver o VRPPDTW foi proposta por Jaw et al. (1986). Cada consumidor escolhe ou um horário de coleta ou um horário de chegada. Se o cliente especificou um horário de coleta (chegada), o horário de coleta (chegada) não deve

acontecer antes (depois) que o tempo desejado e especificado pelo cliente. Jaw et al. (1986) propuseram uma heurística em que os clientes são selecionados em ordem de chegada (com chegadas programadas mais cedo no topo da lista) e alocados em cronogramas de veículos com menos custos adicionais de roteamento. Cullen, Jarvis e Ratliff (1981) propuseram uma heurística de agrupamento por proximidade geográfica de clientes. Bodin e Sexton (1983) foram além e desenvolveram uma heurística com metodologia de agrupar primeiro e roteirizar depois. Ou seja, o foco da heurística era agrupar por proximidade geográfica primeiro, para depois aplicar o devido roteamento do veículo nesses nós. Essas heurísticas são importantes para mostrar que alguns problemas não são resolvidos por métodos exatos e para ilustrar alguns métodos alternativos de resolver o problema.

## 2.5 O problema de roteamento de veículos periódico

Algumas aplicações do VRP exigem que as demandas dos clientes sejam atendidas ao longo de determinado período de tempo. Restrições de capacidade dos veículos ou limitações de estoque do cliente fazem com que essa classe de problemas use algum tipo de periodicidade de visita aos clientes. Como mencionado por Angelelli e Speranza (2002), no *Periodic Vehicle Routing Problem*, ou PVRP, clientes devem ser visitados uma ou diversas vezes em determinado período de tempo. O conjunto de dias em que o veículo atende o cliente não é fixado a priori, uma vez que uma lista de conjuntos de dias de visitas é associada a cada cliente. Uma frota de veículos é disponibilizada e cada veículo sai de um local central (como um depósito), atende determinado número de clientes e, quando termina o seu cronograma de visitas ou quando a sua capacidade está no limite, volta para o depósito. O objetivo do problema é a minimização da distância total percorrida pela frota de veículos. A solução do problema exige que seja feita uma escolha a respeito do cronograma de visitas para cada cliente e que, para cada dia do horizonte de planejamento, sejam escolhidas as rotas percorridas de forma que todos os clientes cujo cronograma indica que devem ser atendidos naquele dia sejam atendidos.

De acordo com Tan e Beasley (1984), o PVRP é uma generalização do VRP, que é um problema de roteamento de veículos de um único período. O PVRP é, na verdade um VRP de múltiplos períodos em que é possível escolher o dia de atendimento de cada cliente, como explicado por Angelelli e Speranza (2002). A questão da periodicidade é essencial em diversas aplicações cotidianas e tem sido estudada desde que a ideia de periodicidade foi introduzida por Beltrami e Bodin (1974). De acordo com Campbell e Wilson (2014), as aplicações mais comuns do PVRP podem ser classificadas em termos

de como as demandas dos clientes são satisfeitas, como: coletar um produto (lixo, produtos recicláveis, resíduos, etc.), entregar um produto (como medicamentos e alimentos) e fornecer serviços em determinados locais (como manutenção, inspeção, etc).

As primeiras formulações do PVRP foram apresentadas por Beltrami e Bodin (1974), em um problema que consistia na escolha de caminhões para a coleta de lixo de uma cidade, e por Russell e Igo (1979), que definiram formalmente o problema como um problema de atribuição de rotas. O problema foi formulado matematicamente pela primeira vez por Christofides e Beasley (1984). Desde então, uma série de artigos sobre o PVRP estão presentes na literatura.

Christofides e Beasley (1984) apresentaram uma heurística que define um nível de prioridade e, de acordo com essa prioridade, escolhe um roteiro de visitas para cada cliente de forma que o aumento nos custos de roteamento estimados relacionados aos roteiros são minimizados. Depois, na fase de melhoria do algoritmo, os cenários de visitas de cada cliente são alterados na tentativa de reduzir os custos de roteamento. Finalmente, um VRP é resolvido para cada dia.

As seções a seguir discutem algumas variações do PVRP.

### 2.5.1 O PVRP clássico

O PVRP é uma generalização do VRP clássico onde rotas de veículo devem ser construídas em determinado horizonte de tempo usando um roteiro que indica os períodos em que cada cliente deve ser visitado (MUÑOZ, 2018). Roteiros factíveis para um dado cliente  $i \in C$  refletem a frequência em que o cliente deve ser visitado de acordo com a sua demanda. Em cada dia do horizonte de tempo, veículos com determinada capacidade atravessam determinadas rotas, dependendo do roteiro selecionado para aquele veículo para aquele dia específico, e voltam para o local de onde saíram no início do roteiro. Como explica Francis, Smilowitz e Tzur (2006), os clientes são visitados em determinados dias, pré-definidos a partir de um cronograma selecionado de uma lista de cronogramas possíveis para cada cliente. Cada opção de cronograma possui um conjunto de dias em que o cliente deve ser visitado. Por exemplo, se em um período de 6 dias (segunda a sábado), o cliente quer ser visitado duas vezes, com um intervalo de um dia entre visitas, o conjunto de cronogramas para esse cliente é: (segunda, quarta), (terça, quinta), (quarta, sexta), (quinta, sábado). Ou seja, os cronogramas de atendimento possíveis são construídos a partir da frequência de visitas estabelecida pelo cliente em um dado horizonte de tempo.

De acordo com Christofides e Beasley (1984), é preciso considerar 3 fatores para um PVRP: i) definir um conjunto de dias em que cada cliente deve ser visitado, definindo um conjunto de clientes que deve ser visitado em cada dia do horizonte de tempo definido; ii) atribuir clientes para um veículo; e iii) encontrar a melhor rota para cada veículo (que possui um conjunto de clientes que deve servir) para satisfazer as suas demandas. Um fator importante a ser considerado é que, dependendo da frequência de visita de cada consumidor (uma, duas, três, ou mais vezes por semana, por exemplo), frações iguais de sua demanda total serão atendidas em cada visita. O objetivo é encontrar um cronograma de atendimento para cada cliente e encontrar um conjunto de rotas que minimize o custo total de viagem ao mesmo tempo em que a capacidade do veículo e exigência de visita dos clientes são satisfeitas (MUÑOZ, 2018).

No PVRP, um número de cronogramas (*schedules*)  $S$  é dado. Isso implica cada cliente sendo visitado e recebendo a mesma quantidade de produto  $w_i$  em cada visita em todos os dias do roteiro  $S_i = s \in S : \sum_{t \in T} a_{st} = f_i$ , onde  $S_i$  é o conjunto de cronogramas possíveis para o cliente  $i$ ,  $f_i$  é a frequência de visita do cliente  $i$  e

$$a_{st} = \begin{cases} 1 & \text{se } t \in T \text{ pertence ao cronograma } s \in S, \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.1)$$

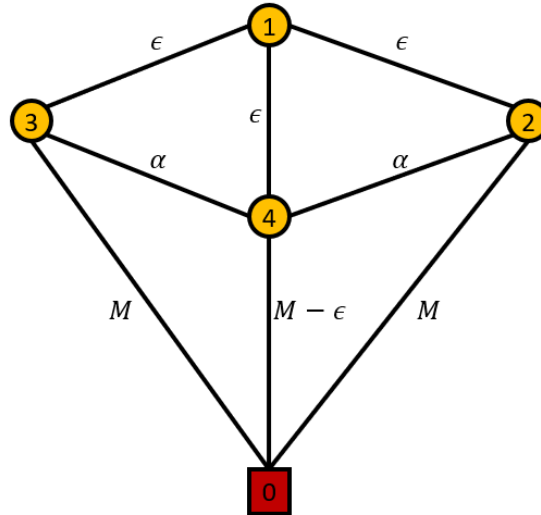
Assim, o PVRP é o problema de identificar um cronograma para cada cliente e identificar o conjunto de rotas consistente com os cronogramas de cada cliente de forma a reduzir o custo total do roteamento (MUÑOZ, 2018).

A Figura 4 ilustra as instâncias em um PVRP clássico, exemplo este trazido em Muñoz (2018), para uma instância de 4 clientes ( $|C| = 4$ ), um horizonte de tempo  $|T| = 6$ , uma frota de  $K = 2$  veículos com capacidade  $Q = 8$  cada. No exemplo,  $\epsilon \ll M$  e  $\alpha \ll M$ . Além disso, para cada  $i \in C$ , a demanda total de coleta do cliente é  $W_i = 12$  e o número de visitas, ou a frequência  $f_i$  de cada cliente é igual a 2.

Segundo o PVRP clássico, cada cliente  $i \in C$  tem que ser visitado a cada 3 dias, uma vez que a sua frequência de visitas é  $f_i = 2$  em um horizonte de tempo  $T = 6$ , e a quantidade de produto coletada, a cada visita, deve ser  $w_i = \frac{12}{2} = 6$ . O conjunto de roteiros para cada cliente é dado por  $S_i = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}, i \in C$ . Uma das soluções ótimas para o PVRP é ilustrada na Figura 5 e é descrita a seguir.

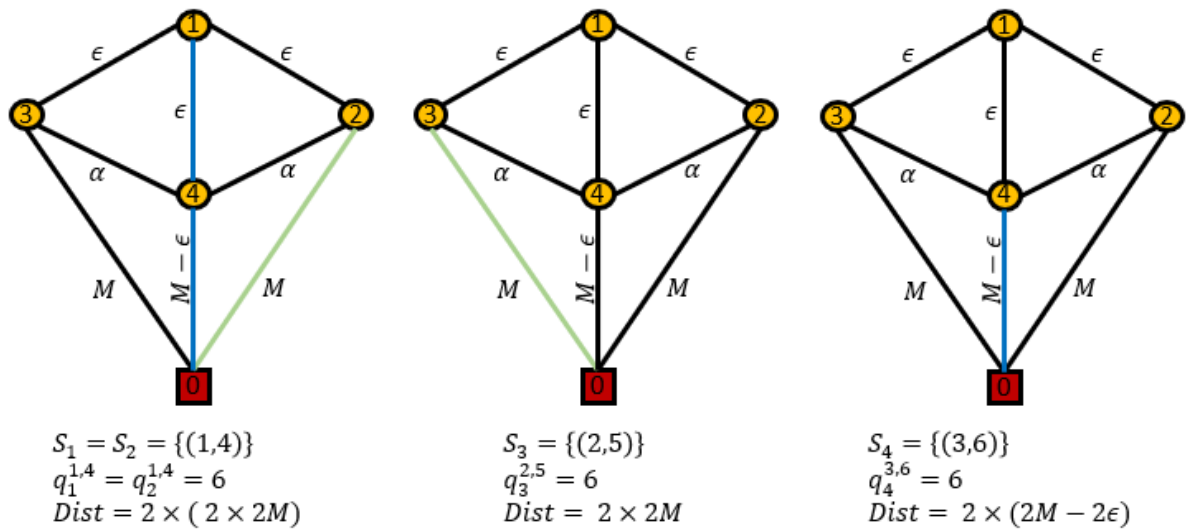
Nos períodos 1 e 4, um veículo coleta 6 unidades do cliente 1 e outro veículo coleta 6 unidades do cliente 2, sendo a distância percorrida  $8M$ , ou seja,  $2M$  para cada veículo a cada período. Nos períodos 2 e 5, um veículo coleta 6 unidades do cliente 3, sendo a

Figura 4: Ilustração da disposição de clientes em um PVRP clássico



Fonte: Adaptado de Muñoz (2018)

Figura 5: Solução ótima do PVRP



Fonte: Adaptado de Muñoz (2018)

distância percorrida  $4M$  ( $2M$  para cada período). Já nos períodos 3 e 6, um veículo coleta 6 unidades do estabelecimento 4, sendo a distância percorrida total igual a  $4M - 4\epsilon$ . No total do horizonte de planejamento  $T = 6$ , a distância total percorrida é  $16M - 4\epsilon$ .

### 2.5.2 O PVRP com *service choice* (PVRP-SC)

Se, por sua vez, o PVRP é uma variação do VRP clássico em que rotas são construídas por um período de tempo (múltiplos dias), o PVRP com *service choice*, ou PVRP-SC é uma variação do PVRP em que a frequência de visita de clientes é uma variável de decisão. Francis, Smilowitz e Tzur (2006) discutem os problemas de modelagem que surgem quando o *service choice* é introduzido e sugerem diferentes métodos de solução exatos, para instâncias pequenas, e heurísticos para instâncias maiores. A discussão do PVRP-SC trazida aqui é retirada do trabalho dos autores mencionados.

No PVRP original, cada cliente é visitado de acordo com uma frequência de visitas definida pelo cliente (pré-estabelecida). Ou seja, cada nó deve ser visitado de acordo com uma lista de opções de cronogramas com um número fixo de visitas por semana. Entretanto, a forma de escolha dos cronogramas, independentemente das decisões de rotas, pode levar a algumas ineficiências. No PVRP-SC, é possível visitar clientes com maior frequência do que as frequências pré-definidas. Os autores concluem, em seu trabalho, que a adição da escolha de serviço pode melhorar a eficiência do sistema e melhorar o serviço ao cliente.

Francis, Smilowitz e Tzur (2006) trazem o histórico do PVRP, suas primeiras formulações e os problemas que serviram de motivação para o seu desenvolvimento. Eles citam o trabalho de Beltrami e Bodin (1974), que introduziu o PVRP, motivado por um problema de coleta de lixo, destacam que o PVRP foi formalmente definido cinco anos depois por Russell e Igo (1979) e matematicamente formulado por Christofides e Beasley (1984). Vão além e citam o trabalho de Gaudioso e Paletta (1992), em que os autores desenvolveram um PVRP que minimiza o tamanho da frota de veículos, e Cordeau, Gendreau e Laporte (1997), que implementaram um algoritmo de *tabu search* para o PVRP.

Após essa contextualização, Francis, Smilowitz e Tzur (2006) destacam que, em todas as referências mencionadas, os nós são visitados com uma frequência pré-determinada, são servidos por um conjunto de cronogramas possíveis para cada nó e com um número específico de visitas por semana. De acordo com os autores, essa determinação de cronogramas para cada nó, feita de forma independente das decisões de roteamento, causa ineficiências. Nesse contexto, Francis, Smilowitz e Tzur (2006) mencionam Newman,



Yano e Kaminsky (2005), que consideram um problema de agendamento e de roteamento em que o cronograma e a frequência de visitas são variáveis de decisão. Nesse referido trabalho, os autores têm uma ideia interessante de usar o custo de estocagem dos clientes como uma aproximação para a sua inclinação a pagar um valor adicional por uma maior frequência de visitas. Dessa forma, as ideias de Newman, Yano e Kaminsky (2005) são usadas como inspiração para a discussão do PVRP-SC trazida por Francis, Smilowitz e Tzur (2006).

Como mencionado por Francis, Smilowitz e Tzur (2006), a motivação para o PVRP-SC foi um caso da *North Suburban Library System*, ou NSLS, um sistema bibliotecário público que empresta itens (livros, por exemplo) para as bibliotecas que são membros do sistema. Quatro vans ficam alocadas em um centro de distribuição, que é o depósito do problema, e visitam as bibliotecas para recolher itens a serem devolvidos e para entregar itens solicitados pelo sistema NSLS. A NSLS gostaria de providenciar o máximo de frequência de visitas possível para os seus membros, mas restrições de recursos monetários e demanda crescente das bibliotecas são um impeditivo. Assim, o desafio do problema é desenhar rotas de uma forma que sejam consideradas a eficiência do roteamento e a demanda das bibliotecas.

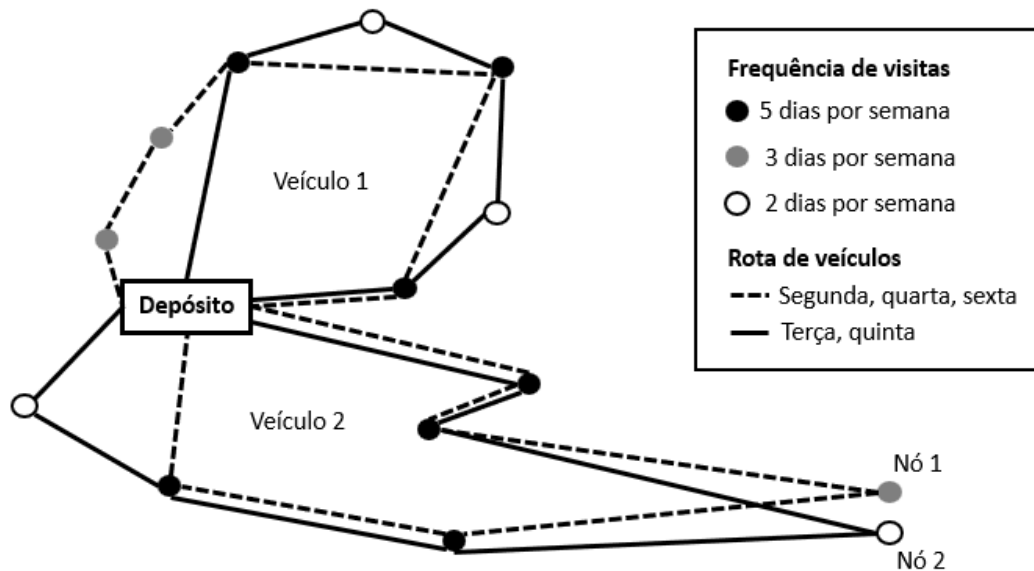
Francis, Smilowitz e Tzur (2006) definem um cronograma como um conjunto de dias em que um dado nó deve ser visitado. O serviço para o cliente é caracterizado pelo cronograma de visitas e a frequência de visitas associada a esse cronograma. Os autores consideram que cada cliente exige uma frequência de visitas mínima por período, mas aceita uma frequência maior de visitas. Dentre os benefícios de uma frequência de visitas maior, pode-se citar um menor custo de carregamento de estoque. Dessa forma, pode-se dizer que o PVRP-SC explora eficiências ao combinar decisões de roteamento e de serviço para cada cliente.

A flexibilidade em políticas de serviço pode gerar grandes economias de recursos no roteamento de um PVRP. No caso do PVRP-SC, a flexibilidade na frequência de serviço (atendimento ao cliente) é uma variável de decisão e os autores propuseram uma formulação matemática e uma solução exata para o problema. Os resultados computacionais mostram que a possibilidade de escolha de serviço (frequência de visita) pode melhorar a eficiência do sistema. Para comparar a qualidade da solução final, Francis e Smilowitz (2006) avaliaram a formulação considerando níveis diferentes de serviço e também compararam as vantagens e desvantagens de considerar a frequência de visitas na função objetivo. Eles notaram que a economia é maior quando clientes com altas frequências de visitas estão mais perto do depósito. De forma geral, o seu trabalho mostrou que a

escolha de serviço melhora o design das rotas para a geração de economias.

O objetivo do PVRP-SC é, portanto, encontrar um conjunto de rotas para cada veículo e cada período de tempo, que minimize o custo total de viagem, adicionado do benefício de serviço, além de satisfazer restrições operacionais: a restrição de capacidade do veículo e o nível de serviço mínimo exigido por cada cliente. A Figura 6 mostra como a introdução do *service choice* aumenta o controle sobre a eficiência do sistema. Na figura, um conjunto de nós é atendido por dois veículos e cada nó é caracterizado por uma frequência de visitas (diária, três vezes por semana e duas vezes por semana) e os veículos são atribuídos aos nós. Como os nós possuem diferentes frequências de visitas, são visitados de acordo com cronogramas diferentes. Nesse exemplo, o veículo 2 percorre o caminho que passa pelos nós 1 e 2 cinco vezes por semana, percorrendo um longo percurso (linha inteira). Se, por outro lado, as frequências de visitas pré-determinadas forem tratadas como limites inferiores (frequências mínimas de visitas), a eficiência do roteamento pode aumentar. O nó 2 pode ser visitado junto com o nó 1 nas segundas, quartas e sextas-feiras (linha tracejada), reduzindo o percurso do veículo 2. Como explicam Francis, Smilowitz e Tzur (2006), o aumento de eficiência trazido pelo PVRP-SC ocorre por conta do aumento das possibilidades de solução para um problema de otimização combinatório complexo.

Figura 6: Ilustração do PVRP-SC



Fonte: Adaptado de Francis, Smilowitz e Tzur (2006)

Quanto à formulação do PVRP-SC, o problema é definido de forma similar ao PVRP.  $C$  representa o conjunto de nós de  $n$  clientes; o conjunto de arcos  $A$  também é definido como as combinações de nós de origem e destino; a frota de veículos  $K$  possui determinada

capacidade e os clientes devem ser atendidos de acordo com um cronograma  $s$  dentre uma lista de cronogramas possíveis para cada nó  $S_i$ .

Quanto às diferenças da formulação do PVRP-SC para o PVRP original, tem-se:

- A frequência de visitas  $f_i$  é dada como um limite mínimo para o número de dias em que o cliente  $i \in C$  deve ser visitado. Ou seja,  $f_i$  não é um número imutável no PVRP-SC;
- O número de dias de atendimento para cada cronograma  $s \in S$  é dado por  $\gamma^s$ . Ou seja, no PVRP-SC, cada cronograma possui um número associado de visitas no horizonte de planejamento;
- $\tau_i^s$  representa o custo de parada no nó  $i \in N$ , mensurado em unidades monetárias, quando servido pelo cronograma  $s \in S$ . Esse custo de parada é uma função da demanda do nó  $i$  e da frequência associada ao cronograma  $s$ ;
- $\alpha^s$  representa o benefício de serviço para o cronograma  $s \in S$ , medido em unidades monetárias. Esse benefício é trazido pelos autores para representar um incentivo para oferecer uma maior frequência de visitas para os nós;
- $\beta^s$  é um fator de ajuste de acúmulo de demanda para o cronograma  $s \in S$ . Como explicam Francis, Smilowitz e Tzur (2006), a formulação de restrições de capacidade é mais complexa no PVRP-SC do que no PVRP. Para garantir que as capacidades dos veículos não sejam ultrapassadas, é preciso saber o volume entregue ou coletado em cada nó. Em formulações tradicionais do PVRP, é assumido que a mesma quantia é entregue em cada visita, independentemente do espaçamento de visitas do cronograma. Já no PVRP-SC, a frequência de visitas determina a demanda das visitas e o fator de ajuste  $\beta^s$  é estimado como o número máximo de dias entre visitas do cronograma  $s \in S$ .

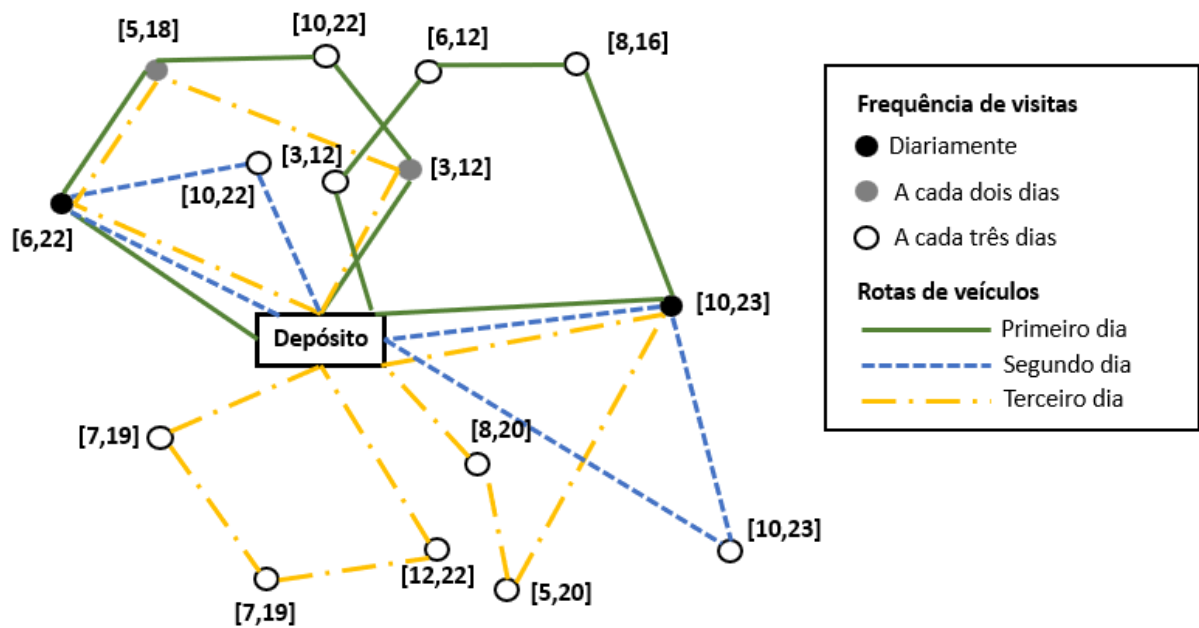
### 2.5.3 O PVRP com *time windows* (PVRPTW)

Como mencionado anteriormente, o VRPTW é uma generalização do VPR em que cada cliente deve ser atendido em determinada janela de tempo. Cada cliente deve ser visitado exatamente uma vez em um horizonte de planejamento de um dia. Como mencionado por Yu e Yang (2011), diferentemente do VRPTW, o PVRPTW é um problema com múltiplos períodos. Nesse tipo de problema, cada cliente pode ser servido mais de uma vez durante uma janela de tempo específica durante o horizonte de planejamento de vários dias.

O PVRPTW possui uma frota de veículos que saem do depósito, servem os clientes e retornam ao depósito em cada dia. Assim como no PVRP, cada cliente pode ser visitado uma vez por dia e as suas demandas podem ser satisfeitas de acordo com cada frequência de visitas e uma restrição do problema é que a demanda total de determinado roteiro não pode ultrapassar a capacidade do veículo. Uma das diferenças para o PVRP original é que o tempo de atendimento do cliente deve atender as restrições de janelas de tempo.

A Figura 7 ilustra o PVRPTW. O horizonte de planejamento é de  $T = 3$  dias e um depósito está localizado entre 15 clientes, que podem ter uma frequência de visitas de 1, 2, ou 3 vezes na semana. É preciso servir todos os clientes de acordo com as restrições de capacidade e horizontes de tempo, uma vez que cada cliente tem uma janela de tempo para ser atendido. Primeiramente, o conjunto de clientes a serem atendidos em cada dia deve ser determinado e, em seguida, para cada dia, as rotas dos veículos são definidas da mesma forma que um VRPTW.

Figura 7: Ilustração do PVRPTW



Fonte: Adaptado de Yu e Yang (2011)

Geralmente, o PVRPTW tem dois objetivos. O primeiro deles é minimizar o número de roteiros realizados; o segundo é a minimização da distância total percorrida pela frota de veículos.

### 2.5.4 O PVRP com estruturas intermediárias (PVRP-IF)

O PVRP com estruturas intermediárias, ou *PVRP with intermediate facilities*, PVRP-IF, é uma extensão do PVRP em que veículos podem renovar a sua capacidade em estruturas intermediárias. No caso de coleta de lixo, por exemplo, como mencionado por Angelelli e Speranza (2002), cada cliente tem que ser visitado com determinada periodicidade (como duas vezes por semana) e os dias de trabalho incluem todos os dias da semana (exceto domingo), e a lista de conjuntos de dias de visitas incluem combinações de dias com a exceção do domingo. Esse tipo de aplicação se assemelha a um PVRP clássico, mas não pode ser modelado como um PVRP original por conta da presença de diversas estruturas intermediárias espalhadas ao redor do depósito. Os veículos retornam para o depósito apenas quando o dia de trabalho é encerrado; quando a capacidade máxima dos veículos é atingida, eles descarregam os resíduos em plantas de processamento ao invés de retornar ao depósito. Ou seja, no PVRP com instalações intermediárias, os veículos voltam para o nó central apenas no final do dia, sendo o abastecimento ou desabastecimento feitos em instalações intermediárias. O objetivo do problema é a minimização da distância total de todas as rotas percorridas pelos veículos.

No PVRP-IF, um conjunto de estruturas intermediárias é introduzido para servir de instalação de carga e descarga para a frota de veículos. No caso de um problema de distribuição, a infraestrutura intermediária pode ser composta por armazéns em que os bens são armazenados e onde os veículos são carregados ao começar um novo roteiro. O veículo, que está inicialmente vazio ao sair do depósito, é direcionado para uma dessas instalações para ser carregado de produtos, atende um conjunto de clientes e, depois, pode tanto retornar para o armazém ou encerrar o seu período de trabalho e voltar para o depósito. Vale ressaltar que uma restrição do problema do PVRP-IF no caso da distribuição, é a impossibilidade do veículo atender algum cliente no seu caminho do depósito para o armazém, dado que o veículo está vazio. No caso de um problema de coleta, as estruturas intermediárias são instalações de coleta onde os veículos são descarregados. Nesse último caso, a frota sai do depósito e começa a coletar os produtos dos clientes; quando determinado veículo alcança a sua capacidade, vai até uma instalação de coleta e descarrega o seu carregamento. Depois, pode começar um novo roteiro ou voltar para o depósito depois que o seu dia de trabalho se encerra. Além disso, no caso do PVRP-IF de coleta, clientes podem ser atendidos por um veículo assim que o último sai do depósito, mas não podem ser atendidos quando o veículo está cheio e está indo se descarregar em uma das instalações intermediárias.

A formulação do problema apresentada por Angelelli e Speranza (2002) é semelhante à formulação básica e geral do PVRP. Os nós, a frota de veículos (nesse caso, homogênea) e a capacidade dos veículos são definidos. Além disso, uma lista de cronogramas de visitas possíveis também é atribuída para cada cliente e, da mesma forma que o PVRP, a escolha desses cronogramas é uma variável de decisão do problema. Cada cliente também tem uma demanda durante o horizonte de planejamento e cada par de nós tem uma distância associada ao percurso. Por fim, o problema consiste na atribuição, para cada cliente, de um cronograma de visitas e, para cada dia do horizonte de planejamento, é preciso encontrar um roteiro de forma que a distância total percorrida pela frota seja minimizada.

As principais diferenças para o PVRP original são:

- A presença de um parâmetro  $D$  que indica o tempo de trabalho de cada veículo;
- A definição de um conjunto de  $k$  instalações intermediárias  $\{v_{n+1}, v_{n+2}, \dots, v_{n+k}\}$  identificadas como um dos vértices do grafo, de forma que o conjunto de nós do problema é dado pela soma do número de clientes, número de instalações, adicionados de um nó que representa o depósito. Ou seja,  $|V| = n + k + 1$ ;
- Um tempo de serviço  $t_i$  é atribuído para cada vértice  $v_i \in V$ , que representa o tempo que o veículo tem para sair do depósito, servir o cliente ou usar uma instalação intermediária;
- Um tempo de percurso da rota  $t_{ij}$ , para um veículo sair do vértice  $v_i$  e ir para o vértice  $v_j$ , é atribuído para cada arco  $(v_i, v_j) \in A$ .

Além disso, o PVRP-IF traz algumas definições novas. As definições e conceitos trazidos aqui são definidos por Angelelli e Speranza (2002) e são aplicados para um PVRP-IF de coleta:

- Uma rota simples  $\bar{r}$  é definida como um caminho orientado em um grafo onde o primeiro e o último vértice são, respectivamente, o depósito e uma instalação intermediária, ou uma instalação intermediária e o depósito, ou um par de instalações intermediárias. Os outros vértices são clientes, mas nenhum cliente é permitido em uma rota simples se o último vértice é o depósito (uma vez que o problema abordado é de coleta);
- Uma rota de veículos é definida como uma sequência (vazia, caso o veículo não seja usado em um dia específico) de rotas simples, de forma que a última instalação

visitada de uma rota simples seja a primeira instalação da próxima rota simples a ser percorrida. Em uma rota de veículos, nenhum cliente é visitado mais de uma vez e o depósito é visitado exatamente duas vezes, sendo o primeiro e o último vértice da rota. Cada instalação intermediária pode ser visitada diversas vezes em uma mesma rota de veículos e essa rota de veículos representa a distância total percorrida pelo veículo em um dia;

- Uma solução diária é um conjunto de rotas de  $m$  veículos para o mesmo dia;
- Uma solução é um conjunto ordenado de  $T$  soluções diárias de forma que cada cliente seja atendido de acordo com o seu cronograma  $s \in S_i$ .

A função objetivo de um PVRP-IF é a minimização da distância total das rotas incluídas em uma solução, de forma que as restrições de capacidade e de tempo sejam satisfeitas: a demanda total dos clientes em determinada rota simples não pode exceder a capacidade  $Q$  do veículo e a duração total da rota percorrida pelo veículo não pode exceder o tempo limite  $D$ .

Angelelli e Speranza (2002) propõem um algoritmo, cujo ponto de partida é o *Traveling Salesperson* desenvolvido por Cordeau, Gendreau e Laporte (1997), para resolver o PVRP-IF. A ideia básica por trás do algoritmo é a iteração para sair da solução inicial para uma outra solução vizinha. Essa solução vizinha é alcançada ao fazer pequenas mudanças na solução inicial, mudanças estas chamadas de movimentos.

### 2.5.5 O *flexible* PVRP (FPVRP)

Como discutido por Muñoz (2018), o problema de roteamento de veículos periódico flexível, ou *flexible periodic vehicle routing problem* (FPVRP) é uma generalização do PVRP que é flexível quanto à frequência de visitas em um dado período e à quantidade entregue (ou coletada) em cada visita. Ou seja, o FPVRP é uma extensão do PVRP em que não há uma frequência de visitas pré-estabelecida; dessa forma, a quantidade entregue ou coletada em cada visita é uma variável de decisão do FPVRP.

Uma limitação do PVRP clássico é a necessidade de entregar uma quantidade fixa de produto com uma frequência pré-estabelecida. A autora menciona que a flexibilidade na escolha dessas duas variáveis - a quantidade de produto entregue ou coletado em cada dia e a frequência de visitas em um dado período - pode produzir grandes economias. Tais melhorias são obtidas ao custo de introduzir novas variáveis de decisão ao problema:

quando os clientes devem ser visitados e quanto de sua demanda deve ser atendida a cada visita.

O FPVRP é, assim, um problema de encontrar a quantidade a ser entregue (ou recolhida) para cada cliente em um período de tempo em que, junto com o conjunto de rotas que satisfazem a demanda do cliente no final de um dado período de tempo, reduzem o custo total de roteamento. A relação entre o FPVRP e o PVRP pode ser estabelecida ao definir a capacidade de estoque  $w_i$  como a razão da demanda total  $W_i$  e a frequência de visitas  $f_i$  pela seguinte relação:  $w_i = \frac{W_i}{f_i}$ . Sendo assim, no FPVRP, o cliente  $i$  tem que ser visitado  $f_i$  vezes, mas a quantidade coletada ou entregue em cada visita é uma variável de decisão do problema.



### 3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

No capítulo anterior, foi dada uma introdução para a classe dos VRPs, algumas variações e subclasses, como o PVRP e FPVRP. Além disso, para cada tipo de variação e subclasse, foi explicada a mudança no cenário clássico (VRP) que exigiu uma mudança no tipo de formulação. Assim, espera-se que o capítulo de fundamentação teórica tenha ajudado a explicar como especificidades do contexto do problema alteram o modelo empregado.

Esses problemas servirão de base para a contextualização do desafio enfrentado pela multinacional parceira.

#### 3.1 Estudo de caso

Como mencionado anteriormente, este trabalho de formatura foi feito em parceria com uma multinacional de coleta, transporte e tratamento de RSS. Trata-se de uma empresa global que oferece soluções de coleta, transporte e destinação final de resíduos de serviços de saúde e industriais, sendo uma *business-to-business services company*, como descrito pela própria empresa. Ela foi fundada na década de 80 e cresceu para se tornar uma multinacional que atua em 16 países e lida com um mercado extremamente complexo e regulado, atendendo estabelecimentos que geram resíduos contaminantes para o ser humano ou para o meio ambiente.

A maior parte dos clientes da empresa são empresas do setor de saúde, como hospitais, clínicas e outros centros médicos, mas também varejistas, plantas industriais e segmentos do governo. A sua frota total é composta por aproximadamente 5.900 caminhões, tratores e vans coletoras e opera 457 instalações mundialmente. A Tabela 3 mostra algumas dessas instalações para tratamento de RSS e outros resíduos tóxicos ao redor do mundo.

Essa empresa atua na cidade de São Bernardo do Campo através de uma unidade de tratamento. Essa unidade usa como método de tratamento de resíduos o tratamento por

Tabela 3: Tipos de instalações da empresa parceira ao redor do mundo

	<b>Autoclave ou método de tratamento alternativo</b>	<b>Incinerador para RSS</b>	<b>Estações de transbordo</b>
América do Norte	50	9	135
Internacional	32	16	56
Total	82	25	191

Fonte: Empresa parceira

micro-ondas e serve de destino para os resíduos de centenas de clientes de São Bernardo do Campo e redondezas. No caso das operações nessa região, a rede é composta apenas pelos estabelecimentos clientes e central de tratamento, ou seja, as operações de São Bernardo não contam com estações de transbordo. Além disso, os resíduos coletados dos clientes são, em sua maioria, resíduos de serviços de saúde.

A Figura 8 mostra a localização da cidade onde a operação da empresa parceira acontece.

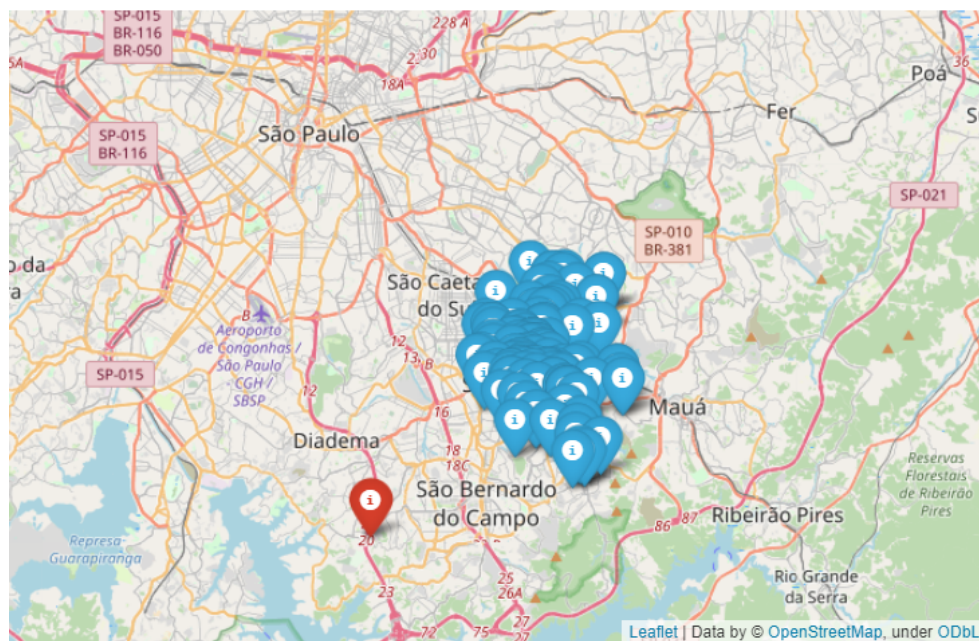
Figura 8: Localização de São Bernardo do Campo



Fonte: (WIKIPEDIA, 2022)

A base de dados fornecida pela empresa possui os endereços dos clientes, a partir dos quais foi possível plotar a localização de cada um dos clientes e do centro de tratamento de RSS. A Figura 9 ilustra a distribuição dos estabelecimentos a serem atendidos, identificados pela cor azul, e a localização do centro de tratamento, identificado pela cor vermelha.

Figura 9: Localização dos clientes e centro de tratamento do estudo de caso



Fonte: Dados fornecidos pela empresa parceira e imagem criada pelo autor

De acordo com a própria empresa parceira, mesmo lidando com grandes volumes de resíduos, o volume médio por cliente é baixo e a receita por parada é baixa. Assim, logística de roteamento e eficiência são o grande foco da companhia. O processo de coleta do resíduo começa com um cronograma de atendimento de estabelecimentos clientes. Esse cronograma é contratual e pré-definido entre as empresas prestadoras de serviços de coleta e transporte de resíduos possivelmente tóxicos e os clientes. Vale ressaltar que o cliente, muitas vezes, não possui uma infraestrutura para armazenar os seus resíduos, sendo crítico o atendimento no dia marcado.

Além disso, vale ressaltar que a multinacional tem dois tipos de cliente na cidade de São Bernardo do Campo. O primeiro tipo de cliente especifica os dias da semana em que quer ser atendido (por exemplo, terças e quintas) e o segundo tipo de cliente estabelece alguma frequência semanal em que deve ser visitado, mas não especifica os dias da semana. Assim, a multinacional tem em mãos uma lista de clientes e deve atendê-los de acordo com as suas especificações. O objetivo deste trabalho é propor um roteamento para a frota de veículos de coleta de resíduos, de forma a atender a demanda dos seus clientes e minimizar a distância percorrida pela frota no processo de realizar as visitas e coletas, e fazer destinação para a unidade de tratamento.

Uma vez definidos os clientes que serão atendidos, a frota de veículos coletores partem para os estabelecimentos e coletam os resíduos, que devem estar devidamente armazena-

dos. Os clientes devem ter metodologias bem definidas para segregar os seus resíduos, além de identificá-los da forma correta. De acordo com a própria empresa parceira, um dos seus serviços oferecidos é justamente a educação dos clientes para atenderem às exigências do regulador. Assim, vale destacar que os prestadores de serviço não aceitam os resíduos a menos que estejam de acordo com os protocolos de segurança da Anvisa e estejam apropriadamente armazenados e/ou embalados e apropriadamente rotulados, sendo essa uma exigência da própria Anvisa.

Uma vez coletados, os resíduos são transportados diretamente para um local de processamento ou para uma estação de transbordo (ou transferência), até ser transportado para uma estação de tratamento. O uso dessas estações de transbordo melhora a eficiência da coleta e do transporte por expandir a área que uma estação de tratamento pode cobrir, aumentando a utilização da estação. A Figura 10, retirada do site da empresa parceira, ilustra essa rede básica de clientes, estações de transbordo e infraestrutura de tratamento. Os veículos devem, portanto, coletar os resíduos dos clientes (círculos menores) e levá-los ou para uma estação de transbordo (círculo intermediário) ou para uma central de tratamento (círculo maior). No caso das operações da multinacional em São Bernardo do Campo, o transporte dos RSS coletados é feito diretamente dos clientes para a estação de tratamento, uma vez que a empresa não possui uma estação de transbordo na região.

Figura 10: Ilustração da rede composta por clientes, estações de transbordo e unidade central de tratamento



Fonte: Empresa parceira

Cabe à empresa parceira e outras empresas atuantes no setor encontrar a melhor sequência de atendimento de clientes para a sua frota de veículos, de forma a atender a todos nos dias solicitados e de forma a minimizar os custos operacionais com todo esse

processo.

## 3.2 Definição do problema

Dadas as características das operações da empresa parceira em São Bernardo do Campo, pode-se dizer que o caso se assemelha à subclasse PVRP.

Algumas observações são importantes:

- Se todos os clientes tivessem dias específicos definidos para serem atendidos, não haveria problema de roteamento de veículos periódico, visto que a empresa parceira seria obrigada a, necessariamente, atender todos os clientes em dias pré-estabelecidos;
- A possibilidade de implementação do PVRP se dá pelo fato de que alguns clientes especificam a frequência de visitas que querem receber durante a semana. Essa informação permite a geração de uma lista de cenários (conjuntos de dias) de atendimento para cada cliente. O PVRP clássico envolve a escolha de um cenário dentre a lista de cenários possíveis para cada cliente;
- Como mencionado pela empresa parceira, a quantidade de RSS coletado em cada visita é fixa, não havendo espaço para a aplicação do FPVRP, em que as quantidades coletadas são uma variável de decisão.

## 4 MODELO MATEMÁTICO

Esse capítulo apresenta o modelo matemático usado para o estudo de caso. A escolha do modelo foi baseada na semelhança das características e variáveis capturadas pelo modelo com a situação real da empresa parceira.

No caso da multinacional estudada, as suas operações em São Bernardo do Campo mais se assemelham a um PVRP clássico, porque a empresa tem dois tipos de clientes: o primeiro tipo define os dias da semana exatos em que quer ser visitado e o segundo tipo define a frequência de visitas desejada. Para o primeiro tipo de cliente, não há uma aplicabilidade do PVRP, visto que ele define os dias exatos em que ele quer ser visitado dentro de uma semana, não havendo a possibilidade de escolha diferente. Entretanto, para o segundo tipo de cliente, há a possibilidade de escolha dos dias das coletas, mas a quantidade coletada a cada visita é a mesma e a frequência é pré-estabelecida pelo cliente. Com essas duas características da operação da empresa parceira, descarta-se a aplicabilidade do FPVRP e do PVRP-SC. Assim, o modelo matemático usado neste estudo de caso é o PVRP clássico, como apresentado por Muñoz (2018).

### 4.1 Notação

Quanto aos índices do problema,  $i$  e  $j$  são usados para identificar os nós do conjunto de clientes;  $k$  é usado para identificar os veículos de coleta;  $t$  é usado para representar os dias do horizonte de planejamento (segunda = 1, terça = 2, quarta = 3, etc). Finalmente,  $s$  é o índice que identifica o cenário de atendimento para determinado cliente.

O conjunto de clientes é  $C = 1, 2, \dots, n$  e representa os  $n$  clientes da empresa parceira que estão dispostos a receber o serviço de coleta de RSS com alguma frequência na semana  $f_i$ . A demanda de coleta de cada cliente é dada por  $w_i = \frac{W_i}{f_i}$ , onde  $W_i$  é a demanda total em uma semana. No PVRP, a demanda atendida em cada dia é a mesma, ou seja, a frota de veículos irá coletar a mesma quantidade de RSS a cada visita, de forma a coletar  $W_i$  no final do horizonte de planejamento  $T$  que, no caso do estudo de caso, é de 6 dias.

O conjunto  $A$  representa os arcos do problema, formados pela conexão dos nós  $i$  e  $j$ , onde  $i \neq j$ , e as operações da empresa parceira são realizadas por uma frota de veículos  $k = 1, 2, \dots, |K|$  e a capacidade máxima de coleta de um veículo é dada por sua capacidade  $Q_k$ .

Além disso, é importante destacar que cada cliente possui um conjunto de cenários  $s \in S_i$  em que desejam ser atendidos. Esse conjunto  $S_i$  é gerado a partir da frequência  $f_i$  de cada nó. Por exemplo, se um cliente  $i$  especifica uma frequência  $f_i$  igual a 3, é assumido, no caso deste trabalho, que as visitas serão realizadas a cada dois dias, de forma a ter um espaçamento adequado a cada serviço prestado. Essa decisão foi tomada a partir das interações com a empresa parceira, que disse que os clientes desejam ser atendidos de forma espaçada. Nesse caso, o conjunto de dias de atendimento para esse nó é  $S_i = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ , e o  $s$  é um dos conjuntos  $\{[1, 0, 0, 1, 0, 0], [0, 1, 0, 0, 1, 0], [0, 0, 1, 0, 0, 1]\}$ .

A variável  $a_{st}$  indica se o dia  $t$  pertence ao cronograma  $s \in S_i$ ; a variável  $z_i^t$  indica se o cliente  $i$  é visitado no dia  $t$ ;  $y_{ij}^t$  representa os arcos formados no problema e indica se o arco  $(i, j)$  é percorrido no período  $t$ ; o  $l_{ij}^t$  representa o fluxo de carga que percorre o arco  $(i, j)$  no período  $t$ , e é importante para avaliar a capacidade do veículo em um dado momento. Finalmente,  $v_i^s$  indica se o cliente  $i$  é visitado de acordo com o cronograma  $s$ . A Tabela 4 mostra a notação usada para o modelo matemático.

As expressões a seguir indicam que as a seguir mostram que as variáveis de decisão do problema podem assumir os valores de 0 ou 1 dependendo da situação.

$$z_i^t = \begin{cases} 1 & \text{se o cliente } i \text{ é visitado no período } t, (i \in C, t \in T) \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$y_{ij}^t = \begin{cases} 1 & \text{se o arco } (i, j) \in A \text{ é percorrido no período } t \in T, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$l_{ij}^t : \text{Fluxo de carga percorrendo o arco } (i, j) \in A \text{ no período } t \in T$$

$$v_i^s = \begin{cases} 1 & \text{se o cliente } i \in C \text{ é visitado de acordo com o cronograma } s \in S_i, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

## 4.2 Função objetivo e restrições

Uma vez que a notação do problema tenha sido definida, é possível apresentar o modelo matemático usado.

Tabela 4: Notação usada para o modelo matemático

Índices	
$i, j \in \{1, \dots, n\}$	Índices que representam os clientes
$k \in \{1, \dots,  K \}$	Índices que representam os veículos
$t \in \{1, \dots,  T \}$	Dias do horizonte de planejamento
$s \in S_i$	Índice que representa o cronograma para o cliente $i$
Conjuntos e subconjuntos	
$A$	Conjunto de todos os arcos dos nós $i$ a $j$ onde $i \neq j$
$C$	Conjunto de clientes
$N$	Representa o conjunto de clientes e o nó zero, que é o centro de coleta
$K$	Conjunto de caminhões de coleta
$T$	Conjunto de dias do horizonte de planejamento
$S_i$	Conjunto de cronogramas viáveis para cada cliente $i$
Parâmetros	
$Q$	Capacidade dos veículos
$f_i$	Frequência de visitas do cliente $i \in C$
$w_i = W_i/f_i$	É a quantidade de resíduo coletada por visita ao cliente $i$
$m$	Número de veículos da frota
$a_{st}$	Indica se o dia $t$ pertence ao cronograma $s \in S$
Variáveis	
$y_{ij}^t$	Indica se o arco $(i, j)$ é percorrido no período $t$
$z_i^t$	Indica se o cliente $i$ é visitado no período $t$
$v_{is}$	Indica se o cliente $i$ é visitado de acordo com o cronograma $s$
$l_{ij}^t$	Carga do veículo percorrendo o arco $(i, j)$ no período $t$

Função objetivo:

$$\min \sum_{t \in T} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} y_{ij}^t \quad (4.1)$$

Restrições:

$$\sum_{s \in S_i} v_i^s = 1, \quad i \in C \quad (4.2)$$

$$z_i^t = \sum_{s \in S_i} v_i^s a_{st}, \quad t \in T, i \in C \quad (4.3)$$

$$y_{ij}^t \leq \frac{z_i^t + z_j^t}{2}, \quad t \in T, i \neq j \in C \quad (4.4)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} y_{ij}^t = \sum_{j|(j,i) \in A} y_{ji}^t, \quad i \in N, t \in T \quad (4.5)$$



$$\sum_{j|(i,j) \in A} y_{ij}^t = z_i^t, \quad i \in C, t \in T \quad (4.6)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in A} l_{ij}^t - \sum_{j|(j,i) \in A} l_{ji}^t = \begin{cases} w_i z_i^t, & i \in C \\ -\sum_{j \in C} w_j z_j^t, & i = 0 \end{cases} \quad i \in N, t \in T \quad (4.7)$$

$$l_{ij}^t \leq Q y_{ij}^t, \quad (i, j) \in A, t \in T \quad (4.8)$$

$$\sum_{j \in C} y_{0j}^t \leq m, \quad t \in T \quad (4.9)$$

$$v_i^s \in \{0, 1\}, \quad (i, j) \in A, t \in T \quad (4.10)$$

$$z_i^t \in \{0, 1\}, \quad i \in C, t \in T \quad (4.11)$$

$$y_{ij}^t \in \{0, 1\}, \quad (i, j) \in A, t \in T \quad (4.12)$$

$$l_{ij}^t \geq 0, \quad (i, j) \in A, t \in T \quad (4.13)$$

A função objetivo (4.1) minimiza os custos totais de roteamento.

As restrições são explicadas:

- **Restrição (4.2):** Garante que exatamente um cronograma seja escolhido para cada cliente;
- **Restrição (4.3):** Atribui os cronogramas selecionados para as visitas de clientes. A variável  $z_i^t$  assume o valor de 1 caso  $v_i^s$  e  $a_{st}$  sejam ambos iguais a 1, indicando que o cliente  $i$  é visitado no dia  $t$  presente no cronograma;
- **Restrição (4.4):** Faz com que a conexão entre dois nós somente seja possível se esses dois nós forem visitados no mesmo dia. Ou seja, a variável  $y_{ij}^t$  pode assumir valor de 1 apenas se tanto  $z_i^t$  quanto  $z_j^t$  foram iguais 1, indicando que os clientes  $i$  e  $j$  são atendidos no dia  $t$ ;
- **Restrição (4.5):** Garante a conservação de fluxo de veículos no dia  $t$ ;

- **Restrição (4.6):** Garante que só saia um arco de um cliente se o mesmo for visitado no período;
- **Restrição (4.7):** Garante a conservação de carga;
- **Restrição (4.8):** Garante que a carga coletada no veículo em um dado momento não ultrapasse a capacidade de carga do veículo;
- **Restrição (4.9):** Indica que o número de veículos usados deve ser, no máximo, igual ao número máximo de veículos disponíveis em cada período;
- **Restrições (4.10) a (4.13):** Determinam o domínio das variáveis.

## 5 MÉTODOS DE SOLUÇÃO

Como o problema abordado no estudo de caso possui 129 clientes a serem atendidos pela frota de veículos da empresa parceira, é pouco provável que seja possível obter a solução do problema por meio de um método exato. Assim, serão propostas duas heurísticas neste trabalho, a fim de realizar o agrupamento de clientes a serem atendidos em um mesmo dia e o seu roteamento. Este capítulo irá discutir a lógica das duas heurísticas desenvolvidas, que serão testadas no tópico de testes computacionais, capítulo 7 deste trabalho.

### 5.1 Abordagem sequencial: heurística I

A heurística I, ou HI, consiste na divisão do PVRP em duas etapas. A primeira etapa da abordagem faz o agrupamento de clientes a serem atendidos em um mesmo dia e é descrita na seção 5.1.1. Trata-se de uma heurística de otimização que visa minimizar a distância média entre os clientes atendidos em um mesmo dia, inspirada pela heurística desenvolvida por Muñoz (2018). A segunda etapa da heurística, por sua vez, é um método de inserção para resolver o roteamento de clientes atendidos em um mesmo dia e é descrito na seção 5.1.2.

#### 5.1.1 Primeira etapa da heurística I: Método de Agrupamento

O método a seguir consiste na primeira parte da heurística desenvolvida. Trata-se de uma metodologia de agrupamento de clientes, cujo objetivo é decidir quais clientes serão atendidos em quais dias dadas as suas restrições de frequências de visitas por semana. O racional por trás da função objetivo é reduzir a distância entre clientes atendidos em um mesmo dia, ou seja, o método de agrupamento escolhe o grupo de clientes a serem atendidos em um mesmo dia com base no critério de proximidade. Trata-se de um método inspirado na primeira fase da heurística desenvolvida por Muñoz (2018), fase chamada de *DP-generation*, que consiste na minimização dos custos aproximados de roteamento

(distância percorrida pela frota) e número de veículos usados. Nesse primeiro passo, a autora constrói um plano de distribuição que determina os períodos de visita para cada cliente e as quantidades entregues em cada visita (vale destacar que essa última variável de decisão é empregada dado que a autora constrói uma heurística para o FPVRP). Em seguida, ainda na primeira etapa da heurística desenvolvida pela autora, as rotas são formadas. A primeira etapa heurística I deste trabalho funciona de forma análoga, minimizando a distância entre clientes e obtendo rotas com clientes próximos.

Os índices, conjuntos, parâmetros e variáveis usados na heurística I são os mesmos do problema abordado no modelo matemático discutido no Capítulo 4. As únicas variáveis adicionais criadas para a resolução da primeira etapa da heurística I são as variáveis  $Z_{it}^k$  e  $D_{ijt}$ . A notação empregada na heurística I é dada pela Tabela 5.

Tabela 5: Notação usada para a heurística I

Parâmetros	
$B$	Número suficientemente grande
Variáveis de decisão	
$Z_{it}^k$	Variável binária que assume o valor de 1 se o cliente $i$ é atendido pelo veículo $k$ no período $t$
$D_{ijt}$	Variável <i>dummy</i> que representa a distância entre os clientes $i$ e $j$ caso ambos sejam atendidos no dia $t$

Função objetivo:

$$\min \sum_{t \in T} \sum_{i \in C} \sum_{j \in C} D_{ijt} \quad (5.1)$$

Restrições:

$$\sum_{s \in S_i} v_i^s = 1, \quad i \in C \quad (5.2)$$

$$\sum_{s \in S_i} v_i^s a_{st} = z_i^t, \quad i \in C, t \in T \quad (5.3)$$

$$\sum_{k \in K} Z_{it}^k = z_i^t, \quad i \in C, t \in T \quad (5.4)$$

$$\sum_{i \in C} w_i Z_{it}^k \leq Q, \quad k \in K, t \in T \quad (5.5)$$

$$c_{ij} - D_{ijt} \leq B(2 - Z_{it}^k - Z_{jt}^k), \quad t \in T, k \in K, i \neq j \in C \quad (5.6)$$

$$v_i^s \in \{0, 1\}, \quad i \in C, s \in S_i \quad (5.7)$$

$$Z_{it}^k \in \{0, 1\}, \quad i \in C, t \in T, k \in K \quad (5.8)$$

$$z_i^t \in \{0, 1\}, \quad i \in C, t \in T \quad (5.9)$$

$$D_{ijt} \geq 0 \quad i, j \in C, t \in T \quad (5.10)$$

A função objetivo (5.1) visa minimizar a distância percorrida entre dois nós no período  $t$ , reduzindo os custos de roteamento, assim como a primeira fase da heurística de Muñoz (2018). A premissa por trás da função objetivo é que a distância total percorrida pela frota de veículos é reduzida ao atender clientes próximos entre si em um mesmo dia. Ou seja, a função objetivo vai agrupar os clientes mais próximos geograficamente.

As restrições são explicadas:

- **Restrição (5.2):** Indica se o cliente  $i$  está sendo atendido de acordo com o cronograma  $s$  e garante que somente uma opção de cronograma seja escolhida para cada cliente;
- **Restrição (5.3)** Garante que  $z_i^t$  seja igual 1 se tanto  $v_i^s$  quanto  $a_{st}$  forem iguais a 1. Ou seja, se o cronograma  $s$  é usado e se o cliente  $i$  for atendido no dia específico  $t$  do cronograma  $s$ ,  $z_i^t$  assume o valor de 1 e 0 caso contrário;
- **Restrição (5.4):** É uma restrição que aloca exatamente um veículo para atender um cliente  $i \in C$  no período  $t \in T$ ;
- **Restrição (5.5):** É uma restrição de capacidade de veículo que garante que o peso do RSS coletado não ultrapasse a capacidade do veículo;
- **Restrição (5.6):** Caso um arco seja formado, ou seja, caso dois clientes  $(i, j)$  sejam atendidos, o lado direito da equação assume o valor de zero e, portanto, a variável  $D_{ijt}$  deve assumir o valor de  $c_{ij}$ . Vale ressaltar que como a função objetivo visa minimizar  $D_{ijt}$ , o modelo vai sempre forçar a variável a zero;
- **Restrições (5.7) a (5.10):** Definem os domínios das variáveis de decisão do problema. A restrição (5.7) define o domínio da variável  $v_i^s$ , que indica se o cliente  $i$  é atendido de acordo com o cronograma  $s$ ; a restrição (5.8) define o domínio da variável  $Z_{it}^k$ , que indica se o cliente  $i$  é atendido pelo veículo  $k$  no período  $t$ ; a restrição (5.9) define o domínio da variável  $z_i^t$ , que indica se o cliente  $i$  é atendido no

período  $t$  e a restrição (5.10) define o domínio da variável  $D_{ijt}$ , variável esta que está sendo minimizada na função objetivo e que deve ter valor superior ou igual a zero.

### 5.1.2 Segunda etapa da heurística I: Método de Inserção

O Método de Inserção é um método para fazer o roteamento de um conjunto de clientes a serem atendidos em um mesmo dia, conforme o agrupamento proveniente da primeira etapa da heurística I. A heurística de roteamento consiste em um processo iterativo que testa a inserção de clientes em uma rota. O algoritmo testa a inserção de cada cliente em todas as posições possíveis de atendimento. O cliente e posição que adicionarem o menor custo serão inseridos na rota. Esse processo é repetido até que um número suficiente de clientes tenha sido alocado de forma a ocupar a capacidade total de um dado veículo para, em seguida, iniciar uma nova rota até que não haja mais clientes a serem roteados.

O algoritmo do Método de Inserção desenvolvido neste trabalho foi inspirado pelo trabalho de Solomon (1987), que realizou um estudo focado no design e análise de algoritmos de construção de rotas para implementação em uma variação do VRPTW. O Método de Inserção deste trabalho usa os conceitos ilustrados na heurística de inserção estudada pelo autor em que, com base em uma lista de clientes a serem roteados, inicia-se uma rota que parte e retorna ao CD  $([0,0])$  e avalia-se a inclusão de cada cliente em cada posição possível entre dois clientes adjacentes já presentes na rota. Vale notar que, na primeira iteração, a única opção possível para o cliente sendo testado é estar entre os nós 0.

Para a heurística de Solomon (1987), os critérios para a escolha da posição em que o cliente será inserido passam pela verificação de atendimento das restrições de janelas de tempo de cada cliente e avalia se, dado um conjunto de critérios adotados pelo autor, o desempenho da nova rota gerada com inclusão do cliente é a melhor dentre as demais opções de inserção.

Dessa forma, dado a descrição da heurística proposta por Solomon (1987), pode-se dizer que o Método de Inserção usado neste trabalho é composto pela mesma sequência de etapas de avaliação de inserção dos clientes em diferentes posições. A diferença é que o método proposto neste trabalho avalia apenas a distância da rota resultante como critério de decisão, de forma conjunta com a verificação da obediência da restrição de capacidade do veículo. Ou seja, somente clientes cujas demandas não irão ultrapassar a capacidade dos veículos serão inseridos.

O algoritmo da segunda etapa da heurística I recebe como *input* a lista de clientes a serem ordenados em um dia da semana baseado nos cenários ( $v_i^s$ ) escolhidos na primeira etapa da heurística I (Método de Agrupamento), de modo que  $C_{list} = [i$  para todo  $i$  em  $C$  se  $\sum_{s \in S_i} v_i^s a_{st} = 1]$  e retorna uma lista com as rotas a serem executadas para cada dia  $t$  do horizonte de planejamento  $T$ . A lista de rotas inicia vazia e o algoritmo é repetido enquanto houver clientes a serem roteados.

O *Algorithm 1* ilustra a lógica por trás do Método de Inserção. O seu funcionamento é descrito abaixo.

---

**Algorithm 1** Método de Inserção

---

**Inputs**  $C_{list}$

**Output**  $routes$

```

1:  $routes \leftarrow []$ 
2: while  $|C_{list}| > 0$  do
3:    $route \leftarrow [0, 0]$ 
4:    $weight \leftarrow 0$ 
5:   while True do
6:      $best_i \leftarrow -1$ 
7:      $bestPosition \leftarrow -1$ 
8:      $bestCost \leftarrow \infty$ 
9:     for  $j \in C_{list}$  do
10:       $pseudRoute \leftarrow route$ 
11:      for  $pos$  in  $[2, |route| - 1]$  do
12:         $pseudRoute.add(j, pos)$ 
13:         $cost \leftarrow Cost(pseudRoute)$ 
14:        if  $cost < bestCost$  and  $weight + w_j \leq Q$  then
15:           $best_i \leftarrow j$ 
16:           $bestPosition \leftarrow pos$ 
17:           $bestCost \leftarrow cost$ 
18:        end if
19:      end for
20:    end for
21:    if  $best_i = -1$  then
22:      Vá para a linha 28
23:    end if
24:     $i \leftarrow best_i$ 
25:     $C_{list}.remove(i)$ 
26:     $weight \leftarrow weight + w_i$ 
27:  end while
28:   $routes.add(route)$ 
29: end while

```

---

Fonte: Algoritmo desenvolvido pelo autor

---

O algoritmo de inserção é executado para as  $C_{list}$  de cada dia  $t$ . O objetivo do método de inserção é preencher a lista de rotas, inicialmente vazia, com os clientes que adicionem o menor custo total à rota inicial, chamada de *pseudRoute*, para a frota de veículos. Ou seja, como a heurística I é uma abordagem sequencial, o seu segundo passo usa o *output* gerado na primeira etapa, que é o  $v_i^s$  dos clientes, que é utilizado para identificar os clientes que devem ser atendidos em cada dia. A partir do  $v_i^s$ , caso haja, por exemplo, um horizonte de tempo de 5 dias, 5 listas serão geradas, cada uma contendo os clientes cujos cronogramas apontam que devem ser atendidos nesse dia.

Na primeira interação, a rota  $[0,0]$  é adicionada à variável *route*, indicando que o primeiro roteiro é a saída e volta do centro de tratamento de RSS, sem nenhum cliente atendido. Além disso, o peso do veículo também começa com valor nulo, já que não atendeu nenhum cliente nessa primeira rota. As variáveis  $best_i$ ,  $bestPosition$  e  $bestCost$  são variáveis de apoio para registrarem os melhores valores de cada busca, sendo que a última variável assume valor inicial infinito. A partir de desse momento, para cada cliente  $j$  em  $C_{list}$ , cria-se a variável *pseudRoute*, responsável por armazenar a inclusão do cliente  $j$  na rota atual. Dessa forma, tendo o cliente  $j$  e tendo a *pseudRoute*, é avaliada a inclusão do cliente em cada posição do roteiro, sendo que para a rota inicial  $[0,0]$ , onde o veículo fica alocado no centro de distribuição, é avaliada a inserção do cliente  $j$  na segunda posição da rota, de modo que a *pseudRoute* passe a ser  $[0,j,0]$ . Caso um cliente já tenha sido alocado (por exemplo, o cliente 3), a avaliação do cliente  $j$  seria para as posições dois e três, ou seja, a *pseudRoute* pode ser  $[0,j,3,0]$  ou  $[0,3,j,0]$ . A partir desse momento, para cada uma dessas possíveis inclusões (que geram rotas diferentes), o algoritmo avalia o custo de cada rota e, caso esse custo seja melhor que a  $bestCost$ , a  $bestCost$  é atualizada para esse novo custo, o  $best_i$  é atualizado pelo  $j$ , que é o melhor cliente testado (aquele que adiciona o menor custo à rota) e a  $bestPosition$  recebe a posição escolhida pelo  $j$  (sendo a posição que adiciona o menor custo ao roteiro). Vale destacar que esse custo melhor é aceito apenas se a adição da demanda do cliente não ultrapassar a restrição de capacidade do veículo.

O racional por trás da variável  $bestCost$ , que assume valor infinito antes do primeiro cliente ser testado na rota, é que qualquer custo é menor que infinito, então o primeiro cliente inserido na rota será a melhor alternativa, substituindo o valor de infinito da variável. Conforme os clientes são testados nessa posição inicial, primeira interação do método de inserção, a variável  $bestCost$  assumirá o valor do menor custo (daquele cliente que está mais próximo do centro de tratamento).

Ao final de cada interação, caso tenha sido indicado um cliente  $best_i$  para inclusão na



rota, esse cliente é de fato incluído na rota, na posição *bestPosition* e, na sequência, ele é removido da  $C_{list}$ , uma vez que já foi atendido. Por fim, o carregamento da rota é atualizada pela carga relacionada ao  $best_i$ . Caso não seja identificado nenhum  $best_i$ , visto que qualquer cliente incluso faça com que a capacidade do veículo seja excedida, a rota atual é finalizada sem a inclusão de nenhum cliente adicional. Essa rota é incluída na lista de rotas *routes* e, caso ainda existam clientes na  $C_{list}$ , o algoritmo repete todo o processo descrito e começa uma nova rota com um outro veículo da frota.

Com relação às funções da heurística, a função *Cost()* estima o custo da rota testada, avaliando a distância percorrida entre os nós. Por exemplo, uma rota  $[0,3,0]$  terá, de custo, a distância de 0 a 3 e a distância de 3 a 0. A função *Add()* adiciona o cliente a uma lista em uma posição específica, representando a inserção do cliente em cada posição, e a função *Remove()* remove elementos de uma lista.

## 5.2 Abordagem de busca local: heurística II

A heurística II, a partir de uma solução inicial gerada em sua primeira fase, de forma semelhante à solução inicial da heurística de Muñoz (2018), busca avaliar a mudança de cenário de alguns clientes.

A segunda fase da heurística II busca identificar se a realocação de clientes em dias diferentes da solução inicial, uma estratégia também adotada por Muñoz (2018) na segunda fase de sua heurística, pode gerar planos de coleta melhores. A segunda etapa faz, portanto, uma busca local para identificar variações da solução inicial que reduzam o custo de roteamento. Para cada conjunto de dois clientes ou para cada cliente individualmente, o algoritmo testa a variação de todos os cenários  $S_i$  possíveis e suas respectivas rotas resultantes, alterando a solução inicial gerada na primeira etapa da heurística II. Ou seja, o algoritmo II troca os cenários dos clientes de duas formas, individualmente (de forma que apenas os cenários de um cliente serão trocados) e em pares de clientes (de forma que os cenários de dois clientes são trocados), mantendo todos os outros cenários dos outros nós iguais, e avalia o novo roteamento resultante dessa mudança. Caso algum desses cenários leve a uma solução melhor que a solução atual, ele é aceito como a nova solução atual.

O algoritmo detalhado desta heurística está descrito no *Algorithm 2*, explicado após a descrição da primeira etapa da heurística II. Vale ressaltar que a segunda heurística desenvolvida nesse trabalho se enquadra na heurística duas fases de *construction and*

*improvement*, sendo o tipo de heurística mais comum para resolver PVRPs, como citado por Francis e Smilowitz (2006). Trata-se de uma abordagem que gera uma solução inicial e, a partir dela, perturba algumas características em busca de uma solução melhorada.

### 5.2.1 Primeira etapa da heurística II: Geração de solução inicial

Como mencionado anteriormente, a primeira etapa da heurística II gera uma solução factível. Enquanto a primeira etapa da heurística I consiste na tentativa de gerar uma solução que reduza a distância entre nós a serem atendidos no mesmo dia, a primeira etapa da heurística II visa minimizar a ociosidade da frota de veículos. Essa primeira fase segue um princípio semelhante ao empregado na heurística desenvolvida por Muñoz (2018). A autora gera uma solução inicial que minimiza a soma dos custos aproximados de roteamento (distância percorrida) e o número de veículos usados, reduzindo a ociosidade da frota. Dessa forma, na primeira etapa da heurística II, busca-se a minimização da ociosidade da frota de veículos. O objetivo dessa primeira etapa é definir a variável  $v_i^s$ , variável esta usada e empregada no modelo matemático, que define o cenário de atendimento para cada cliente. Ou seja, na primeira fase da heurística II, os clientes são agrupados em dias de atendimento. No *Algorithm 2*, a função *AgrupamentoFactível()* consiste na resolução do seguinte modelo de programação linear, cujo objetivo único é minimizar a ociosidade dos veículos em cada dia, gerando uma solução factível na escolha de cenários para cada cliente.

Os índices, conjuntos, parâmetros e variáveis usados na heurística II são os mesmos do problema abordado no modelo matemático discutido no Capítulo 4. As únicas variáveis adicionais criadas para a resolução da primeira etapa da heurística II são as variáveis  $V_{is}^k$  e  $Y_t^k$ . A notação empregada na heurística II é dada pela Tabela 6.

Tabela 6: Notação usada para a heurística II

Parâmetros	
$B$	Número suficientemente grande
Variáveis de decisão	
$V_{is}^k$	Variável binária que assume o valor de 1 se o cliente $i$ é atendido conforme o cenário $s$ pelo veículo $k$
$Y_t^k$	Variável binária que assume o valor de 1 se o veículo $k$ é utilizado no dia $t$

Função objetivo:

$$\min \sum_{k \in K} \left( \sum_{t \in T} QY_t^k - \sum_{i \in C} \sum_{s \in S_i} w_i a_{st} V_{is}^k \right) \quad (5.11)$$

Restrições:

$$\sum_{s \in S_i} v_i^s = 1, \quad i \in C \quad (5.12)$$

$$\sum_{k \in K} V_{is}^k = v_i^s, \quad i \in C, s \in S_i \quad (5.13)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{s \in S_i} V_{is}^k a_{st} w_i \leq Q, \quad t \in T, k \in K \quad (5.14)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{s \in S_i} V_{is}^k a_{st} \leq BY_t^k, \quad t \in T, k \in K \quad (5.15)$$

$$v_i^s \in \{0, 1\} \quad i \in C, s \in S_i \quad (5.16)$$

$$V_{is}^k \in \{0, 1\} \quad i \in C, s \in S_i, k \in K \quad (5.17)$$

$$Y_t^k \in \{0, 1\} \quad t \in T, k \in K \quad (5.18)$$

A função objetivo (5.11) visa minimizar a ociosidade dos veículos, calculada como a capacidade da frota (lado esquerdo da equação) menos a demanda total dos clientes (lado direito da equação). Essa abordagem é utilizada visto que ela possui rápida convergência para o início da segunda etapa da heurística que, por sua vez, irá buscar minimizar o custo de roteamento.

O racional por trás da escolha dessa função objetivo é a necessidade da geração de uma solução rápida e que seja factível. Além disso, como mencionado por Muñoz (2018), o PVRP gera muita ociosidade na frota de veículos e, inclusive, um dos motivadores para o FPVRP é a redução dessa ociosidade, uma vez que as quantias coletadas a cada dia podem ser diferentes e isso faz com que a capacidade da frota seja melhor ocupada. Dessa forma, a autora inclui a minimização do número de veículos utilizados e, portanto minimiza a ociosidade da frota de veículos, na primeira etapa de sua heurística. Ou seja, a função objetivo da primeira fase da heurística II visa gerar uma solução inicial factível e que combata uma das principais fraquezas do PVRP. Vale destacar que como a ociosidade não tem um custo neste trabalho, assim como não há um custo fixo da frota de veículos, a solução do modelo de minimização de ociosidade não é, necessariamente, próxima da solução ótima. Se a heurística considerasse um custo fixo por veículo, por exemplo, seria

possível que a solução que minimizasse a ociosidade total da frota fosse próxima da ótima. Além disso, cabe a observação de que a heurística I também pode ser utilizada para gerar a solução inicial como alternativa a esta.

Cada restrição é explicada:

- **Restrição (5.12):** Garante que um cenário seja alocado para cada cliente. Por exemplo, se um cliente deseja ser atendido em qualquer um dos cenários dentro de  $S_i = \{(\text{Segunda}, \text{Quarta}, \text{Sexta}), (\text{Terça}, \text{Quinta}, \text{Sábado})\}$ , a restrição (5.12) garante que apenas um desses seja escolhido;
- **Restrição (5.13):** Garante que um veículo seja alocado para o cliente. Ou seja, as duas primeiras restrições do modelo de minimização de ociosidade garantem que cada cliente seja associado a um único cenário;
- **Restrição (5.14):** Restrição de capacidade.  $a_{st}$  vai ser 1 ou 0 dependendo do dia em que o cliente vai ser atendido, e esse valor multiplica a variável  $v_{is}^k$ , que indica se o veículo  $k$  é usado para atender o cliente  $i$  de acordo com um cenário específico, e o parâmetro  $w_i$ , que é a demanda diária do nó. Esse somatório não deve ultrapassar a capacidade do veículo;
- **Restrição (5.15):** Garante que um veículo seja utilizado. Trata-se de uma restrição aplicada para cada veículo e que determina a variável  $Y_t^k$ : se  $a_{st} = 1$  e  $V_{is}^k = 1$ , indicando que o veículo é usado para atender um cliente, a variável  $Y_t^k$  também assume o valor de 1. Caso contrário, ela assume o valor de zero. Vale ressaltar que a  $Y_t^k$  é usada na função de ociosidade e ela é usada para definir os dias em que determinado veículo é usado.
- **Restrições (5.16) a (5.18):** Definem o domínio das variáveis.

## 5.2.2 Segunda etapa da heurística II: Busca local

A segunda etapa da heurística é uma busca local que testa todos os clientes  $i \in C$  em todos os cenários  $s \in S_i$ , mantendo os cenários de outros nós constantes. A partir do momento em que os nós estão agrupados, ou seja, agrupados em grupos que serão atendidos em um mesmo dia  $t \in T$ , o algoritmo faz uma busca local de cada cliente  $i$  e troca o cenário  $s \in S_i$  para o cliente. Essa troca pode acontecer individualmente (apenas um cliente tem o seu cenário trocado) ou em dupla (dois clientes têm os seus cenários trocados de forma simultânea). No caso da troca dos cenários de dois clientes ao mesmo

tempo, supondo, por exemplo, que um cliente  $i$  tenha 3 cronogramas de atendimento possíveis em  $S_i$  e outro cliente,  $j$ , tenha dois cronogramas possíveis em  $S_j$ , são testadas as soluções com o primeiro cronograma possível para  $i$  e todos os cronogramas possíveis para  $j$ ; depois, são testadas as soluções com o segundo cronograma possível para  $i$  e todos os cronogramas possíveis para  $j$ , etc. Esse processo segue até que todas as combinações de cronogramas de ambos os clientes tenham sido testadas. Por outro lado, no caso da troca dos cenários de um cliente apenas, são testadas variações de cronogramas desse cliente apenas. O algoritmo da heurística II possui um parâmetro de entrada que define qual metodologia de troca será empregada (de um cliente apenas ou de dois clientes).

Vale destacar que a troca dos cenários de dois clientes ao mesmo tempo gera uma maior possibilidade de soluções possíveis, dado que testa a combinação dos cenários de dois clientes e considera como essas mudanças alteram a solução inicial. A partir do momento em que o cenário de atendimento para o cliente  $i$  muda, a nova rota gerada é testada pela sua viabilidade, que é definida pela capacidade do veículo daquele dia e roteiro. O racional por trás da mudança de cenário conjunta, de dois clientes ao mesmo tempo, é permitir um número maior de combinações de cenários alternativos, uma vez que a saída de um cliente de um dia de atendimento - saída representada por uma mudança do cenário  $s$  - ocorre de forma conjunta troca de cenário de um outro cliente. A segunda etapa da heurística II é descrita no *Algorithm 2*.

A segunda etapa da heurística desenvolvida por Muñoz (2018) serviu de inspiração para a metodologia emprega na segunda etapa da heurística II. A autora também adota a estratégia de dividir a sua heurística em duas etapas, sendo a segunda etapa responsável pela melhoria da solução inicial. A sua ideia é definir diferentes vizinhanças em que a mudança realizada é recordada e testada pela sua viabilidade e melhoria na solução inicial. Caso algum dos vizinhos melhore a solução inicial, ela é adotada como a nova solução. Essa fase de melhoria desenvolvida pela autora faz algumas perturbações na solução inicial, classificadas em perturbações intra-período e inter-período. No primeiro caso, as movimentações realizadas são: i) a retirada de um cliente de uma rota e alocação em outra rota, movimentação chamada de *1-move* ( $N_1$ ), e ii) troca de dois clientes de diferentes rotas, movimentação chamada de *1-swap* ( $N_2$ ). No segundo caso, as movimentações realizadas são: i) remoção de um cliente de um período  $t$  e alocação em outra rota de um período diferente  $t'$ , movimentação chamada de *1-move* ( $N_3$ ) e ii) troca de dois clientes atendidos em dias diferentes, movimentação chamada de *1-swap* ( $N_4$ ). Vale destacar que no teste de cada vizinhança, toda vez que um cliente é retirado de uma rota e inserido em outra, a solução é testada pela sua viabilidade (testando a capacidade do veículo, por

exemplo).

No caso da heurística II, tendo gerado a solução inicial, o algoritmo busca, enquanto encontrar soluções incumbentes, todos as variações possíveis de cenários que podem gerar solução factíveis a partir da solução atual. Para tanto, é criado um conjunto de vizinhanças com todos os pares  $i, j$  e seus respectivos cenários, se e somente se, houver a possibilidade de existir solução factível. Essa possibilidade é avaliada nas linhas 21 a 29 do *Algorithm 2*, que verificam se a demanda de um dia ultrapassar a capacidade total dos veículos, o vizinho não é avaliado. Se, em qualquer dia, a restrição for desobedecida, o algoritmo retorna para a linha 13 para avaliar o próximo vizinho. Assim como a heurística desenvolvida por Muñoz (2018), a heurística II avalia vizinhanças, faz perturbações na solução inicial e testa a viabilidade e qualidade das novas soluções, sendo a melhor solução atualizada a cada vez que uma nova solução supera a solução atual. Vale destacar que a troca de cenários dos clientes inclui tanto a retirada e realocação de clientes de suas rotas quanto a troca de dias de atendimento, trocas estas semelhantes às trocas realizadas por (MUÑOZ, 2018).

O código da heurística II é discutido:

- **Comentário 2.1:** As linhas 1 a 4 são as linhas de inicialização da heurística II. A função *AgrupamentoFactível()* consiste na resolução do modelo de programação linear da heurística II, que visa unicamente minimizar a ociosidade dos veículos em cada dia, gerando assim uma solução factível na escolha de cenários para cada cliente. A variável  $v_i^s$  começa recebendo um agrupamento factível que vem da etapa de minimização de ociosidade. A função *gerarRotas()*, dada a variável  $v_i^s$  e o conjunto  $S_i$ , identifica os clientes que devem ser atendidos em cada dia para, então, também em cada dia, executar o algoritmo do Método de Inserção descrito no *Algorithm 1*. A função *Cost()* estima o custo da rota, verificando o custo do caminho percorrido. A variável *bestCost* representa o melhor custo até o momento e é originada a partir da função *Cost()*.
- **Comentário 2.2:** A heurística II faz a varredura de cenários de um cliente e de dois clientes ao mesmo tempo. Essas opções são dadas por *Qntl*: se  $Qntl = 1$ , apenas um cliente e um cenário serão trocados, mantendo todos os restantes constantes; se  $Qntl = 2$ , dois clientes ( $i$  e  $j$ ) e dois cenários (dentre  $S_i$  e  $S_j$ ) serão trocados ao mesmo tempo.
- **Comentário 2.3:** Supondo, por exemplo, que os cenários do cliente  $i$  sejam  $S_i = \{(segunda, quarta), (quinta, sábado)\}$  e que os cenários do cliente  $j$  sejam  $S_j =$

---

**Algorithm 2** Heurística II

---

**Inputs**  $Qntl, w_i, a_{st}, T, C, m, Q$ 
**Output**  $routes$ 

```

1:  $v_i^s \leftarrow AgrupamentoFactiveI()$ 
2:  $bestv_i^s \leftarrow v_i^s$ 
3:  $bestroutes \leftarrow GerarRotas(v_i^s, T, a_{st})$ 
4:  $bestCost \leftarrow Cost(bestroutes)$  ▷ Comentário 2.1
5: while  $EncontrarIncumbente$  do
6:   if  $Qntl = 2$  then ▷ Comentário 2.2
7:      $Vizinhanca \leftarrow [(i, -1, s^i, -1) \mid i \in C, s^i \in S_i]$ 
8:   end if
9:   if  $Qntl = 2$  then ▷ Comentário 2.2
10:     $Vizinhanca \leftarrow [(i, j, s^i, s^j) \mid i \in C, s^i \in S_i, j \in C, s^j \in S_j \text{ se } i < j]$ 
11:  end if
12:   $EncontrarIncumbente \leftarrow Falso$ 
13:  for  $i, j, s^i, s^j \in vizinhanca$  do ▷ Comentário 2.3
14:     $v_i^s \leftarrow bestv_i^s$  ▷ Comentário 2.4
15:     $v_i^{s^i} \leftarrow 1$  ▷ Comentário 2.5
16:     $v_i^{s^l} \leftarrow 0 \mid s^l \in S_i, s^l \neq s^i$ 
17:    if  $j \neq -1$  then
18:       $v_j^{s^j} \leftarrow 1$ 
19:       $v_j^{s^l} \leftarrow 0, s^l \in S_j, s^l \neq s^j$ 
20:    end if
21:    for  $t \in T$  do ▷ Comentário 2.6
22:       $Demanda_{Dia} \leftarrow 0$ 
23:      for  $i \in C$  do
24:         $carga \leftarrow carga + \sum_{s \in S_i} v_i^s a_{st} w_i$ 
25:      end for
26:      if  $carga > mQ$  then ▷ Comentário 2.7
27:        Retorne para a linha 13
28:      end if
29:    end for
30:     $routes \leftarrow GerarRotas(v_i^s, T, a_{st})$  ▷ Comentário 2.8
31:     $cost \leftarrow Cost(routes)$ 
32:    if  $cost < bestCost$  and  $length(routes) \leq m$  then ▷ Comentário 2.9
33:       $bestv_i^s \leftarrow v_i^s$ 
34:       $bestCost \leftarrow cost$ 
35:       $bestRoutes \leftarrow route$ 
36:       $EncontrarIncumbente \leftarrow True$  ▷ Comentário 2.10
37:    end if
38:  end for
39: end while

```

Fonte: Algoritmo desenvolvido pelo autor

---

$\{(segunda, quinta), (quarta, sábado)\}$ . Após a inicialização do algoritmo, o cliente  $i$  pode ser atendido na segunda e na quarta, sendo esse o  $s^i$  escolhido dentre  $S_i$ , e o cliente  $j$  pode ser atendido na quarta e sábado, sendo esse o  $s^j$  escolhido dentre  $S_j$ , por exemplo. Supondo que esses sejam os cenários escolhidos pelo modelo de minimização da ociosidade da frota, a segunda etapa da heurística visa encontrar uma outra alternativa de cenários escolhidos para ambos os clientes de forma a melhorar o resultado. Ou seja, a heurística vai buscar algum  $s^i \in S_i$  e algum  $s^j \in S_j$  e testar se alguma combinação de alternativas reduz a distância total percorrida.

- **Comentário 2.4:** Inicialmente,  $v_i^s$  começa assumindo o valor do melhor  $v_i^s$  encontrado até o momento - e é justamente a variável que a heurística II visa trocar para melhorar o custo do problema.
- **Comentário 2.5:**  $v_i^{s^i}$  representa a variável  $v_i^s$  no índice do cliente  $i$  e no cenário  $s^i$  sendo testado. Essa variável faz a função de atribuição de um cenário dentre os cenários possíveis para o cliente  $i$ . A mesma descrição é válida para a variável  $v_j^{s^j}$ , apresentado na linha 18. A utilidade dos índices  $s^i$  e  $s^j$  é marcar os cenários de  $i$  e  $j$  que serão utilizados. Isto é, cenários que terão o  $v_i^s$  igual a 1. Já índice  $s^l$  representa todos os demais cenários que receberão o  $v_i^s$  igual a 0.
- **Comentário 2.6:** Nessa seção da heurística, as variáveis  $i$ ,  $j$ ,  $s^i$  e  $s^j$  já estão definidas, ou seja, os clientes já estão com cenários atribuídos. Para cada dia  $t$ , será preciso verificar se a demanda dos clientes alocados não excede a capacidade dos veículos. É preciso verificar se é possível coletar toda a demanda com o número de veículos disponíveis. Para tanto, na linha 22, a demanda diária começa assumindo o valor de zero. Em seguida, no *loop* da linha 23, todos os clientes são varridos e a carga é atualizada pelo valor anterior de demanda adicionada à demanda do cliente que está sendo varrido. Vale ressaltar que a somatória é dada pela multiplicação de  $w_i$ , que é a demanda do cliente no dia,  $a_{st}$ , que é igual 1 ou 0 dependendo se o cliente é atendido no referido dia, e  $v_i^s$ , que é igual a 1 se o cliente for atendido de acordo com o cenário  $s$ . Ou seja, essa etapa do código verifica se o cliente é atendido em determinado dia para que, em caso positivo, a sua demanda seja considerada.
- **Comentário 2.7:** A linha 26 verifica se a carga dos clientes atendidos não ultrapassa a capacidade total da frota de veículos, dada por  $mQ$ . Em caso positivo, o algoritmo retorna para a linha 13, que irá pular para o próximo vizinho. Ou seja, caso a capacidade dos veículos seja excedida, a roteirização não é realizada.



- **Comentário 2.8:** A função *GerarRotas* irá fazer o roteamento dos clientes atendidos em um mesmo dia. A função é ilustrada através do *Algorithm 3*. Uma vez que o roteamento tenha sido feito, a função *Cost* estima o custo desse roteamento e, caso ele seja melhor que o melhor custo atual, a variável *cost* é atualizada e passa a assumir esse valor menor, a variável *bestRoutes* assume o valor da rota, e a variável *EncontrarIncumbente* assume o valor de verdadeiro, indicando que uma solução incumbente foi encontrada.
- **Comentário 2.9:** A linha 32 verifica tanto se o custo da nova vizinhança é melhor do que o da solução atual quanto se a quantidade de veículos necessária para a rota gerada é menor ou igual à quantidade de veículos disponíveis. Vale notar que o método de inserção utilizado considera que existem infinitos veículos à disposição e, por isso, há a necessidade dessa linha de código.
- **Comentário 2.10:** O processo descrito acima se repete enquanto soluções incumbentes estiverem sendo encontradas.

O *Algorithm 3* explica o funcionamento da função *GerarRotas()*. Ela é responsável por rotear os clientes conforme o estado da variável  $v_i^s$ , utilizando como base o Método de Inserção descrito no *Algorithm 1*. A lista *routes* começa vazia e, para cada  $t$  em  $T$ , monta uma  $C_{list}$ , que é uma lista de clientes cujos cronogramas indicam que devem ser atendidos no dia  $t$ . Por fim,  $Route_t$  é criada a partir do método de inserção e, em seguida, adicionada à lista de rotas *routes*.

---

**Algorithm 3** GerarRotas

---

**Inputs**  $v_i^s, T, a_{st}$

**Output** *routes*

- 1:  $routes \leftarrow []$
- 2: **for**  $t$  em  $T$  **do**
- 3:      $C_{list} = [i \text{ para } i \text{ em } C \text{ se } \sum_{s \in S_i} v_i^s a_{st} = 1]$
- 4:      $Route_t \leftarrow \text{Método de Inserção}(C_{list})$
- 5:      $routes.add(Route_t)$
- 6: **end for**

Fonte: Algoritmo desenvolvido pelo autor

---

Tendo destacado, em detalhes, o passo a passo da heurística II, vale sintetizar o seu funcionamento mais uma vez. A heurística é baseada na varredura de vizinhanças, que representam o conjunto de variações de clientes e seus cenários. A cada combinação de clientes e cenários de clientes, o que representa um vizinho, o algoritmo avalia seu

custo de rota e compara com a melhor solução encontrada até o momento. Enquanto estiver encontrando soluções incumbentes, vai montando e varrendo vizinhanças. Esses incumbentes são encontrados ao variar a variável  $v_i^s$ . Observa-se que  $v_i^s$ , ao invés de receber a função *AgrupamentoFactível()*, pode receber o agrupamento gerado pela primeira etapa da heurística I.

## 6 IMPLEMENTAÇÃO DAS HEURÍSTICAS

Esse capítulo tem o objetivo de explicar como as abordagens desenvolvidas serão usadas para resolver o desafio da empresa parceira.

### 6.1 Escolha do *solver*

O objetivo do projeto é desenvolver abordagens que consigam otimizar as operações da empresa parceira na coleta de RSS, sendo necessário o uso de um *solver* comercial para o modelo e algumas etapas das heurísticas desenvolvidas e para alguns testes realizados. O Gurobi foi o *solver* escolhido e, no caso deste trabalho, a versão instalada foi a 9.5.2.

O Gurobi é um *solver* comercial usado para otimização matemática. Ele aplica um algoritmo de *Branch-and-cut* para resolver problemas de programação inteira linear mista, ou *Mixed Integer Linear Programs* (MILP) (GUROBI, 2022). No processo de resolução dos problemas, o algoritmo do Gurobi usa algumas técnicas de resolução de MILPs:

- **Pré-resolução:** Trata-se de uma transformação do problema com o intuito de reduzir o problema e torná-lo mais fácil de ser resolvido.
- **Planos de corte:** A ideia por dos planos de corte é restringir a formulação ao retirar soluções fracionadas indesejáveis. Os cortes gerados no método *Branch-and-cut* são do modelo de pré-solução.
- **Heurísticas:** É o uso de métodos não exatos para encontrar valores para a função objetivo de forma mais rápida do que pela solução exata.

### 6.2 Linguagem de programação usada

A linguagem usada para a implementação do modelo foi o Python 3.7.10, porque é uma linguagem que o autor tem familiaridade, por permitir que o Gurobi seja chamado via

a importação de uma biblioteca e por ter bibliotecas para o processamento e importação de dados, como a biblioteca Pandas.

Para testar o modelo e as heurísticas, um arquivo Excel com as informações dos clientes de São Bernardo do Campo e redondezas foi oferecido pela empresa parceira. A Tabela 7 ilustra a base de dados bruta com os endereços dos clientes e os dias em que desejam ser visitados. Para manter a confidencialidade dos clientes, o autor optou por não colocar o nome dos estabelecimentos comerciais, seus endereços e nem mesmo as frequências de visitas demandadas, sendo a Tabela 7 apenas uma ilustração da base de dados real usada para este trabalho. Vale notar que os modelos de visitas dos tipos 1,3,5 e 2,4,6 significam que o cliente quer ser visitado três vezes por semana, com um espaçamento de 1 dia entre visitas.

Tabela 7: Ilustração da base de dados disponibilizada pela empresa parceira

Ponto de coleta	Endereço	Bairro	Visitas
Centro de tratamento	Endereço da estação	Bairro da estação	N/A
Cliente 1	Endereço do cliente 1	Bairro do cliente 1	1,3,5
Cliente 2	Endereço do cliente 2	Bairro do cliente 2	2,4,6

Fonte: Desenvolvido pelo autor a partir dos dados disponibilizados pela empresa parceira

Com o uso da biblioteca Geopy, foi possível encontrar as coordenadas dos clientes a partir de seus endereços. Como as demandas dos clientes não são conhecidas, já que a empresa parceira não compartilhou esses dados, cada cliente terá uma demanda de coleta (em peso de RSS coletados por semana) aleatória, gerada a partir de uma faixa de peso considerada coerente. Os limites superior e inferior de demanda de coleta foram fornecidos pela empresa parceira. Além disso, foram adicionados o endereço e as coordenadas de cada nó e do centro de tratamento de RSS da empresa parceira. Assim, com as coordenadas de cada cliente e demanda semanal de coleta, pode-se gerar a base de dados final do estudo de caso, como ilustra a Tabela 8.

Tabela 8: Ilustração da base de dados tratada e completa para o estudo de caso

Ponto de coleta	Endereço	Bairro	Visitas	Demanda	Latitude	Longitude
Centro de tratamento	Endereço da estação	Bairro da estação	N/A	N/A	20,3754	10,1112
Cliente 1	Endereço do cliente 1	Bairro do cliente 1	1,3,5	10kg	20,4581	10,5540
Cliente 2	Endereço do cliente 2	Bairro do cliente 2	2,4,6	20kg	20,3964	10,4091

Fonte: Desenvolvido pelo autor a partir dos dados disponibilizados pela empresa parceira

Cada coluna da base de dados é explicada brevemente:

- **Ponto de coleta:** Representa o nó que identifica cada cliente, sendo o centro de tratamento o nó 0;
- **Endereço:** Endereço do nó, usado para encontrar as coordenadas do cliente;
- **Bairro:** Representa o bairro do estabelecimento cliente;
- **Visitas:** É a frequência de visitas desejada do cliente;
- **Demanda de coleta na semana:** Quantidade demandada de coleta de RSS em peso. É estimada dada uma faixa coerente de demanda dada pela empresa parceira;
- **Latitude e longitude:** coordenadas do nó, usadas para calcular a distância entre clientes.

## 7 TESTES COMPUTACIONAIS

No desenvolvimento deste trabalho, alguns testes computacionais foram realizados para implementar o modelo matemático e para testar a performance das heurísticas desenvolvidas antes de aplicá-las para solucionar o problema da empresa parceira. Esse capítulo apresenta três testes conduzidos para a verificação da performance dos algoritmos desenvolvidos: o primeiro foi feito com um *toy problem* apresentado previamente neste trabalho, cujas respostas foram dadas por Muñoz (2018); os demais foram feitos a partir de instâncias *benchmark* da literatura. Para cada instância testada, foram comparados os resultados do *solver* do Gurobi, da literatura conhecida e das duas heurísticas desenvolvidas pelo autor. Por fim, as heurísticas são implementadas no estudo de caso e uma discussão dos resultados é trazida.

### 7.1 *Toy Problem*

As heurísticas foram testadas com as instâncias do *toy problem* apresentado por Muñoz (2018), discutido anteriormente. A autora trouxe o exemplo como ilustração do PVRP e, além disso, discute a resposta do problema. Neste trabalho, foram realizados 3 testes computacionais para cada heurística com diferentes valores de  $M, \epsilon$  e  $\alpha$ , com  $M > \epsilon$ , mantendo as outras características do problema idênticas ao original trazido pela autora. Ou seja, em todos os testes,  $f_i = 2, W_i = 12, T = 6, K = 2$ , sendo usados os mesmos 5 nós do problema original. Além disso, em todos os problemas, os cenários de atendimento possíveis para cada um dos quatro clientes continua sendo  $S_i = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ .

As próximas duas subseções discutem os resultados que a heurística I (HI) e a heurística II obtiveram para o *toy problem* de Muñoz (2018), considerando as 3 instâncias testadas, que simulam as situações em que: i)  $\alpha > M > \epsilon$ ; ii)  $M > \alpha > \epsilon$ ; e iii)  $M > \epsilon > \alpha$ , sendo estas as três situações possíveis para esse exemplo de forma a manter  $M > \epsilon$ . Além disso, as seções também trazem uma ilustração mais detalhada das rotas percorridas pelos veículos para as instâncias em que  $\epsilon = 10, \alpha = 25$  e  $M = 30$  (caso i acima) e discutem

as semelhanças e diferenças para as respostas e rotas obtidas pela autora mencionada. Nas três situações, as heurísticas alcançaram o resultado ótimo de Muñoz (2018), como mostrado nas duas subseções a seguir e resumido na Tabela 9. Vale notar que o tempo computacional da heurística II com troca dos cenários de dois clientes ao mesmo tempo (HII-2) foi um pouco maior que o da heurística II com troca dos cenários de um cliente (HII-1) e da heurística I por fazer uma busca mais robusta, testando as possibilidades de troca de cenários de dois clientes de forma simultânea na etapa de melhoria após a geração da solução inicial.

Tabela 9: Resultados dos testes do *toy problem*

Nome instância	M	$\epsilon$	$\alpha$	Solução Muñoz	HI	t (s)	HII-1	t (s)	HII-2	t (s)
huerta_M10_e5_alpha15	10	5	15	140	140	0,043	140	0,042	140	0,060
huerta_M30_e10_alpha25	30	10	25	440	440	0,034	440	0,031	440	0,045
huerta_M20_e15_alpha10	20	15	10	260	260	0,036	260	0,035	260	0,060

### 7.1.1 Teste da heurística I

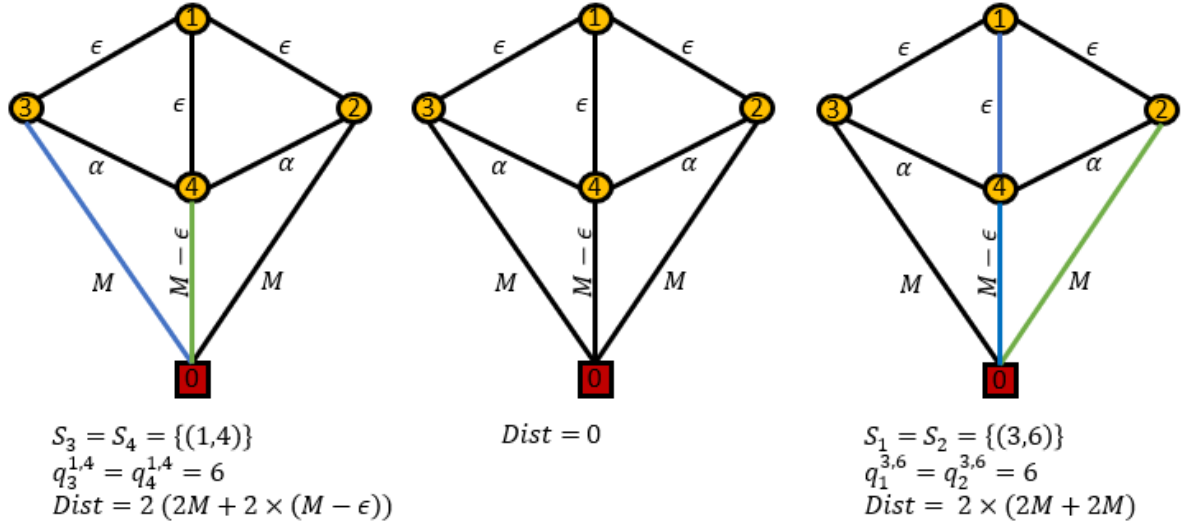
A Figura 11 ilustra as rotas percorridas pelos dois veículos, representados pelas cores azul e verde, em cada dia do horizonte de tempo de 6 dias. A distância total percorrida pela frota dos veículos é de  $16M - 4\epsilon$ , ou 440 km, resultado este igual ao obtido por Muñoz (2018). A diferença das soluções está no roteamento e nos dias em que os clientes são visitados. Enquanto a autora chegou em uma resposta em que os clientes são atendidos todos os dias, como mostra a Figura 5 da seção 2.5.1, a heurística I criada neste trabalho alocou os clientes 3 e 4 para serem atendidos no mesmo dia.

Análise do problema com  $\epsilon = 10$ ,  $\alpha = 25$  e  $M = 30$ :

- **Períodos 1 e 4:** Um veículo coleta 6 unidades do cliente 3 e um outro veículo coleta 6 unidades do cliente 4. A distância percorrida é de 200 km.
- **Períodos 2 e 5:** Nenhum roteiro é realizado e, portanto, a distância percorrida é 0.
- **Períodos 3 e 6:** Um veículo coleta 6 unidades do cliente 1 e um outro veículo coleta 6 unidades do cliente 2. A distância percorrida é de 240 km.

Vale notar que a frequência de visitas de cada cliente é igual a 2, então cada cliente pode ser atendido de acordo com os cronogramas  $S_i = \{(1, 4), (2, 5), (3, 6)\}$ . A solução proposta por Muñoz (2018) aloca os clientes 1 e 2 para os dias 1 e 4, enquanto a heurística

Figura 11: Solução do *toy problem* obtida pela heurística I



Fonte: Elaborado pelo autor

I aloca os mesmos clientes nos dias 3 e 4, não havendo diferenças no roteamento e nem na distância percorrida para atender as demandas desses dois nós. Além disso, enquanto a solução da autora propõe que  $S_3 = \{(2,5)\}$  e  $S_4 = \{(3,6)\}$ , sendo os clientes 3 e 4 atendidos por veículos diferentes em dias diferentes, a heurística I propõe que os clientes 3 e 4 sejam atendidos nos dias 1 e 4, ou seja  $S_3 = S_4 = \{(3,6)\}$ , não havendo mudança na distância percorrida pela frota de veículos.

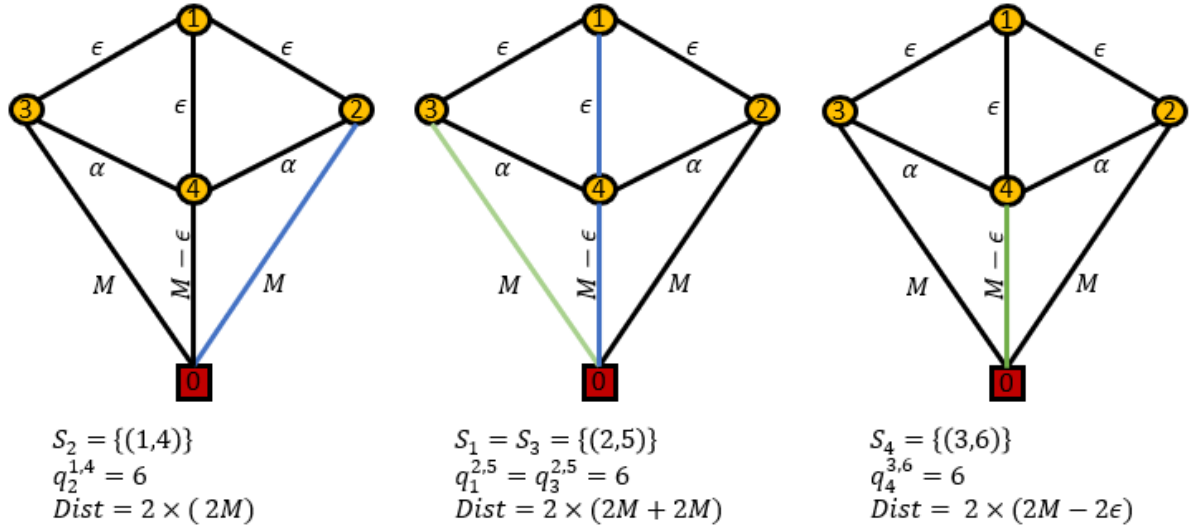
### 7.1.2 Teste da heurística II

A Figura 12 ilustra a resposta obtida pela heurística II. Como as rotas formadas pela HII-1 e HII-2 são as mesmas, o resultado de ambas as heurísticas é tratado como um. A distância total percorrida pela frota de veículos é de  $16M - 4\epsilon$ , ou 440km, resultado igual às respostas obtidas pela heurística I e por Muñoz (2018). Vale destacar que a heurística II, ao contrário da heurística I, alocou a frota de veículos em todos os dias do horizonte de planejamento. Mesmo que ambas as heurísticas tenham alcançado soluções ótimas, os roteiros se configuram de forma diferente, de modo que a heurística I buscou usar o mínimo de dias possível, deixando os dias 2 e 5 sem atendimento, e a heurística II acabou alocando clientes em todos os dias.

Análise do problema com  $\epsilon = 10$ ,  $\alpha = 25$  e  $M = 30$ :



Figura 12: Solução do *toy problem* obtida pela heurística II



Fonte: Elaborado pelo autor

- **Períodos 1 e 4:** Um veículo coleta 6 unidades do cliente 2. A distância total percorrida pela frota nesses dois dias é de 120 km.
- **Períodos 2 e 5:** Um veículo coleta 6 unidades do cliente 1 e outro veículo coleta 6 unidades do cliente 3. A distância total percorrida pela frota nesses dois dias é de 240 km.
- **Períodos 3 e 6:** Um veículo coleta 6 unidades do cliente 4. A distância total percorrida pela frota nesses dois dias é de 80 km.

## 7.2 Testes com instâncias retiradas da literatura

As instâncias *benchmark* utilizadas no trabalho são trazidas da literatura e foram propostas por Archetti et al. (2014) (conjunto de instâncias S1) e Chao, Golden e Wasil (1995) (conjunto de instâncias S2). Tratam-se de instâncias muito diferentes entre si, sendo as primeiras instâncias menores e com horizontes de planejamento mais curtos, enquanto as últimas são instâncias grandes, muitas vezes com centenas de clientes. Vale ressaltar que, por conta da natureza distinta das instâncias, o método de comparação para a verificação da qualidade das heurísticas também é distinto: no caso do conjunto S1, as soluções das heurísticas serão comparadas com a solução do modelo do Gurobi (solução ótima) para cada problema; já para o conjunto S2, as soluções das heurísticas

serão comparadas com a solução trazida por Chao, Golden e Wasil (1995), encontrada também através de métodos heurísticos. O objetivo dos testes é verificar a qualidade das heurísticas desenvolvidas.

### 7.2.1 Instâncias *benchmark*

Antes de apresentar os resultados numéricos dos testes computacionais, as instâncias usadas nos experimentos são descritas. Os testes realizados para testar as duas heurísticas criadas neste trabalho foram realizados com dois conjuntos de instâncias:

- **Conjunto 1 (S1):** Instâncias de *Inventory Routing Problem* (IRP) propostas por Archetti et al. (2014) e usados por Muñoz (2018) para os seus testes computacionais. Esse conjunto possui 40 instâncias com  $|C| \in \{5, 10, 15, 20\}$ , das quais 35 foram utilizadas para o teste neste trabalho, e um horizonte de planejamento de 3 dias ( $T = 3$ ). As instâncias do conjunto S1 podem ser acessadas em: <https://drive.google.com/file/d/0B0Ikd80qPU2zeDNDUHRQd25BVVE/view?resourcekey=0-sA3clmdDwGmpEkVFB4-AcQ>. Ao considerar um conjunto de frequências para cada cliente, as instâncias IRP foram transformadas em instâncias PVRP.
- **Conjunto 2 (S2):** Conjunto de 32 instâncias de PVRP propostas por Chao, Golden e Wasil (1995) de tamanho entre 20 e 417 clientes, ou seja,  $|C| \in [20, 417]$  e tem períodos de planejamento de 2 a 6 dias. As instâncias do conjunto S2 podem ser acessadas em: <http://neumann.hec.ca/chairedistributique/data/pvrp/old/>. Para os testes realizados, foram utilizadas 26 instâncias do conjunto S2.

### 7.2.2 Testes com as instâncias S1

As características de cada um dos problemas do conjunto S1 são apresentadas na Tabela 10.  $P_{no}$  representa o número do problema,  $n$  representa a quantidade de nós do problema,  $T$ , o período de tempo e  $m$  sendo o número de veículos disponíveis.

Como mencionado anteriormente, tais instâncias foram usadas, originalmente, para o *Inventory Routing Problem*, ou IRP, e foram adaptadas para o PVRP ao adicionar uma frequência de visitas para os clientes. A metodologia de geração de frequências para as instâncias IRP deu-se da seguinte forma:

- Para o primeiro terço de clientes, foi assinalada uma frequência igual a 1, gerando

Tabela 10: Dimensões para os problemas e instâncias do conjunto S2

$P_{no}$	Nome instância	$n$	$T$	$m$
1	abs1n10_1	10	3	2
2	abs1n10_2	10	3	3
3	abs1n15_1	15	3	2
4	abs1n15_2	15	3	3
5	abs1n20_1	20	3	2
6	abs1n20_2	20	3	3
7	abs2n10_1	10	3	2
8	abs2n10_2	10	3	3
9	abs2n15_1	15	3	2
10	abs2n15_2	15	3	3
11	abs2n20_1	20	3	2
12	abs2n20_2	20	3	3
13	abs2n5_1	5	3	2
14	abs3n10_1	10	3	2
15	abs3n10_2	10	3	3
16	abs3n15_1	15	3	2
17	abs3n15_2	15	3	3
18	abs3n20_1	20	3	2
19	abs3n20_2	20	3	3
20	abs3n5_1	5	3	2
21	abs4n10_1	10	3	2
22	abs4n10_2	10	3	3
23	abs4n15_1	15	3	2
24	abs4n15_2	15	3	3
25	abs4n20_1	20	3	2
26	abs4n20_2	20	3	3
27	abs4n5_1	5	3	2
28	abs5n10_1	10	3	2
29	abs5n10_2	10	3	3
30	abs5n15_1	15	3	2
31	abs5n15_2	15	3	3
32	abs5n20_1	20	3	2
33	abs5n20_2	20	3	3
34	abs5n5_1	5	3	2
35	abs5n5_2	5	3	3

um conjunto de cenários possíveis de atendimento  $S_i = \{[1, 0, 0], [0, 1, 0], [0, 0, 1]\}$  para cada cliente;

- Para o segundo terço de clientes, foi assinalada uma frequência de atendimento igual a 2, sendo os cenários possíveis para cliente  $S_i = \{[1, 1, 0], [0, 1, 0], [0, 1, 1]\}$ ;
- Por fim, para o último terço de clientes, a frequência atribuída foi igual a três,

ou seja, os clientes desse grupo devem ser atendidos todos os dias do horizonte de planejamento de três dias. Para esses clientes, o conjunto de cenários é  $S_i = \{[1, 1, 1]\}$ .

As 35 instâncias do conjunto S1 possuem um número de clientes diferente e, muitas vezes, um número que não é múltiplo de três, que é o número de frequências de visitas possíveis no horizonte de planejamento de três dias. Por esse motivo, a atribuição de frequência para cada cliente em cada instância não resultou em um número igual de clientes com determinada frequência. Por exemplo, no caso de uma instância com quinze clientes, foi possível atribuir frequência 1 para o primeiro terço, frequência 2 para o segundo terço e frequência 3 para o último terço. Em uma instância com dez clientes, porém, alguma frequência será alocada para mais clientes. Nesse caso, adotou-se o critério de aproximação de ter o mesmo número de clientes com frequências 1 e 2, e o restante, com frequência 3. Por exemplo, no caso de uma instância com dez clientes, os primeiros três receberam uma frequência de 1, os próximos três receberam uma frequência de 2, e os últimos quatro receberam uma frequência de três. No caso de uma instância de 20 clientes, a distribuição de frequências resultou em seis clientes frequência 1, seis clientes com frequência 2 e oito clientes com frequência 3.

A Tabela 11 ilustra os testes comparativos das heurísticas desenvolvidas com as soluções obtidas por meio do *solver* do Gurobi. Ela traz as seguintes informações:

- **t (s):** Tempo demandando para a solução. No caso, a tabela mostra o tempo para a solução do modelo matemático implementado pelo Gurobi (solução ótima), o tempo para a heurística I, para a heurística II com troca dos cenários de um cliente por vez ( $Qntl = 1$ ) e para a heurística II com troca dos cenários de dois clientes de forma simultânea ( $Qntl = 2$ );
- **Gurobi:** Solução ótima encontrada pelo modelo matemático, ilustrado no Capítulo 4 e solucionado pelo *solver* do Gurobi com um tempo máximo de 1 hora. Trata-se da solução da qual os algoritmos devem se aproximar;
- **HI:** Solução encontrada pela heurística I;
- **Gap HI:** Distância das soluções da heurística I para a solução ótima;
- **HII-1:** Solução encontrada pela heurística II com troca dos cenários de um cliente por vez ( $Qntl = 1$ );
- **Gap HII-1:** Diferença das soluções da heurística II-1 para a solução ótima;

- **HII-2:** Solução encontrada pela heurística II com troca dos cenários de dois clientes de forma simultânea ( $Qntl = 2$ );
- **Gap HII-2:** Diferença das soluções da heurística II-2 para a solução ótima.

Tabela 11: Testes comparativos das heurísticas desenvolvidas com o ótimo do Gurobi

$P_{no}$	Gurobi	t (s)	HI	t (s)	Gap HI	HII-1	t (s)	Gap HII-1	HII-2	t (s)	Gap HII-2
1	4.211	7,0	4.748	0,5	13%	4.373	0,2	4%	4.373	0,5	4%
2	4.905	8,0	6.384	1	30%	5.933	0,3	21%	5.637	0,7	15%
3	4.088	30,0	5.244	2,1	28%	4.216	0,5	3%	4.178	2,2	2%
4	4.322	94,0	6.096	4,8	41%	5.473	0,6	27%	4.898	2,6	13%
5	4.827	322,0	7.271	18,1	51%	5.722	1,3	19%	5.468	10,7	13%
6	5.564	2.641,0	7.576	15,1	36%	6.862	1,4	23%	6.618	9,2	19%
7	4.783	2,0	5.512	0,5	15%	523	0,2	9%	523	0,7	9%
8	5.957	12,0	7.148	0,4	20%	664	0,3	11%	6.633	0,8	11%
9	4.221	40,0	5.015	1,7	19%	4.465	0,6	6%	4.465	2,7	6%
10	4.764	475,0	5.642	3	18%	5.486	0,4	15%	5.263	1,9	10%
11	4.668	390,0	5.264	5,9	13%	4.916	0,8	5%	4.916	7,5	5%
12	5.131	2.066,0	6.408	26,9	25%	5.646	0,8	10%	542	3,3	6%
13	2.698	0,0	3.156	0,1	17%	3.156	0,1	17%	3.156	0,1	17%
14	3.839	2,0	4.247	0,4	11%	415	0,1	8%	4.028	0,3	5%
15	4.484	6,0	5.058	0,8	13%	5.058	0,1	13%	5.058	0,3	13%
16	497	19,0	7.172	1,9	44%	5.551	0,3	12%	5.551	1,2	12%
17	5.725	481,0	7.142	4,4	25%	6.959	0,5	22%	6.606	1,7	15%
18	5.196	27,0	5.902	9,4	14%	5.638	0,6	9%	5.518	3,2	6%
19	5.644	1.173,0	8.221	56,3	46%	6.661	1,1	18%	5.868	5,3	4%
20	3.878	0,0	3.878	0,1	0%	3.878	0,1	0%	3.878	0,1	0%
21	3.779	2,0	4.985	0,4	32%	4.398	0,1	16%	4.398	0,3	16%
22	4.411	5,0	5.994	1,5	36%	5.306	0,1	20%	4.916	0,3	11%
23	4.419	16,0	5.888	1,6	33%	4.816	0,2	9%	4.816	0,9	9%
24	4.893	16,0	7.197	3,9	47%	596	0,3	22%	5.311	1,3	9%
25	5.276	103,0	7.719	8	46%	6.004	0,8	14%	5.905	4,8	12%
26	5.942	1.364,0	7.477	9,4	26%	725	1,1	22%	6.484	6,5	9%
27	293	0,0	3	0,1	2%	2.948	0,1	1%	2.948	0,1	1%
28	377	1,0	4.232	0,5	12%	3.986	0,1	6%	3.986	0,3	6%
29	4.107	2,0	4.644	0,8	13%	4.397	0,1	7%	4.321	0,4	5%
30	4.048	80,0	549	1,3	36%	4.545	0,3	12%	4.193	2,2	4%
31	4.539	44,0	631	2,6	39%	5.121	0,7	13%	4.957	2,9	9%
32	5.662	474,0	6.335	8,7	12%	6.318	0,8	12%	6.111	3,5	8%
33	6.393	36,0	7.831	38,9	22%	7.542	1,8	18%	7.418	3,4	16%
34	2.434	0,0	2.982	0,1	22%	2.571	0	6%	2.571	0,1	6%
35	2.985	0,0	3.069	0,2	3%	3.069	0	3%	3.069	0,1	3%
Média		331,3		6,6	25%		0,5	12%		2,3	9%

Como visto na Tabela 11, as médias de *gap* para as heurísticas I, heurística II-1 e heurística II-2 são, respectivamente, 25%, 12% e 9%. Desses resultados, pode-se concluir:

- A heurística II com troca de cenários de dois clientes ao mesmo tempo (HII-2) possui o melhor dos resultados, o que é evidenciado pela menor média de *gap* para o resultado do Gurobi;
- Todas as heurísticas resolvem os problemas em menos tempo do que o Gurobi. A heurística II com troca dos cenários de dois clientes ao mesmo tempo (HII-2) é mais

lenta que a heurística que troca apenas os cenários de um cliente por vez (HII-1). A heurística I é a mais lenta das abordagens propostas;

- A heurística I teve um desempenho menos satisfatório para a maioria das instâncias, o que é evidenciado pelo seu *gap* médio maior para o resultado do Gurobi. Porém, obteve um *gap* menor que 5% nos problemas 27 e 35;
- O melhor desempenho da heurística II (tanto HII-1 quanto HII-2), em relação à heurística I (HI), deve-se ao fato de ser mais robusta, por olhar uma maior variedade de possibilidades de soluções. Nesse mesmo sentido, a heurística II com alterações de dois cenários simultâneos performou melhor que a heurística II com troca de um cenário dada a maior quantidade de iterações e possibilidades.

### 7.2.3 Testes com as instâncias S2

Tratam-se de instâncias grandes, com dezenas de clientes e com características diferentes (horizontes de planejamento e número de veículos). As características de cada um dos problemas do conjunto S2 são apresentadas na Tabela 12.  $P_{no}$  representa o o número do problema,  $n$  representa a quantidade de nós do problema,  $T$ , o período de tempo e  $m$  sendo o número de veículos disponíveis.

A fim de testar a qualidade das heurísticas criadas neste trabalho, os resultados obtidos pela heurística proposta por Chao, Golden e Wasil (1995) são usados como base de comparação. Os autores criaram uma heurística para o PVRP baseada em uma etapa de melhoria em que movem alguns clientes de suas rotas iniciais para novas rotas. Para a efetiva implementação desse passo de melhoria, os autores liberam espaço dos veículos para terem uma maior flexibilidade em alocar os clientes em rotas alternativas.

As soluções geradas para o trabalho são apresentadas na Tabela 13. Nela, as soluções das heurísticas propostas neste trabalho são comparadas com as soluções propostas por Chao, Golden e Wasil (1995) e uma solução proveniente de relaxação linear realizada com o Gurobi, baseado em um limite de 1 hora. Dito isso, a Tabela 13 traz as seguintes informações:

- **t (s):** Tempo para a solução das heurísticas.
- **Chao:** Solução de Chao, Golden e Wasil (1995).
- **HI:** Solução da heurística I.

Tabela 12: Dimensões para os problemas e instâncias do conjunto S2

$P_{no}$	$n$	$T$	$m$	Cenários da instância
1	50	2	2	$f_i = 1, S_i = \{[1,0], [0,1]\}$
2	50	5	3	$f_i = 1, S_i = \{[1, 0, 0, 0, 0], [0, 1, 0, 0, 0], [0, 0, 1, 0, 0], [0, 0, 0, 1, 0], [0, 0, 0, 0, 1]\}$
3	50	5	1	$f_i = 1, f_i = \{[1, 0, 0, 0, 0], [0, 1, 0, 0, 0], [0, 0, 1, 0, 0], [0, 0, 0, 1, 0], [0, 0, 0, 0, 1]\}$ $f_i = 2, f_i = \{[1, 0, 1, 0, 0], [0, 1, 0, 1, 0], [0, 0, 1, 0, 1]\}$ $f_i = 5, f_i = \{[1, 1, 1, 1, 1]\}$
4	75	2	5	$f_i = 1, f_i = \{[1,0], [0,1]\}$
5	75	5	6	$f_i = 1, f_i = \{[1, 0, 0, 0, 0], [0, 1, 0, 0, 0], [0, 0, 1, 0, 0], [0, 0, 0, 1, 0], [0, 0, 0, 0, 1]\}$ $f_i = 2, f_i = \{[1, 0, 1, 0, 0], [0, 1, 0, 1, 0], [0, 0, 1, 0, 1]\}$ $f_i = 5, f_i = \{[1, 1, 1, 1, 1]\}$
7	100	2	4	$f_i = 1, f_i = \{[1,0], [0,1]\}$
8	100	5	5	$f_i = 1, f_i = \{[1, 0, 0, 0, 0], [0, 1, 0, 0, 0], [0, 0, 1, 0, 0], [0, 0, 0, 1, 0], [0, 0, 0, 0, 1]\}$ $f_i = 2, f_i = \{[1, 0, 1, 0, 0], [0, 1, 0, 1, 0], [0, 0, 1, 0, 1]\}$ $f_i = 5, f_i = \{[1, 1, 1, 1, 1]\}$
14	20	4	2	$f_i = 1, f_i = \{[1,0,0,0], [0,1,0,0], [0,0,1,0], [0,0,0,1]\}$ $f_i = 2, f_i = \{[1,0,1,0], [0,1,0,1]\}$ $f_i = 4, f_i = \{[1,1,1,1]\}$
15	38	4	2	
16	56	4	2	
17	40	4	4	
18	76	4	4	
19	112	4	4	
20	184	4	4	
21	60	4	6	
22	114	4	6	
23	168	4	6	
24	51	6	3	$f_i = 1, f_i = \{[1,0,0,0,0,0], [0,1,0,0,0,0], [0,0,1,0,0,0], [0,0,0,1,0,0], [0,0,0,0,1,0], [0,0,0,0,0,1]\}$ $f_i = 2, f_i = \{[1,0,0,1,0,0], [0,1,0,0,1,0], [0,0,1,0,0,1]\}$ $f_i = 6, f_i = \{[1,1,1,1,1,1]\}$
25	51	6	3	
26	51	6	3	
27	102	6	6	
28	102	6	6	
29	102	6	6	
30	153	6	9	
31	153	6	9	
32	153	6	9	

- **HII-1:** Solução da heurística II com troca dos cenários de um cliente de cada vez ( $Qntl = 1$ );
- **HII-2:** Solução da heurística II com troca dos cenários de dois clientes de forma simultânea ( $Qntl = 2$ );
- **Gap:** Diferença entre as soluções das heurísticas e a solução de Chao, Golden e Wasil (1995).

A partir dos resultados dos testes das heurísticas desenvolvidas com as instâncias propostas por Chao, Golden e Wasil (1995), pode-se tirar algumas conclusões:

- A média do *gap*, em relação à solução de Chao, Golden e Wasil (1995), da heurística I, da heurística II com trocas de cenários individuais e da heurística II com trocas de dois cenários ao mesmo tempo para os resultados obtidos pelos autores são de, respectivamente, 39%, 32% e 22%, o que significa que a heurística II chega, em

Tabela 13: Resultado das comparações das heurísticas criadas com os problemas retirados da literatura

	Chao	HI	t (s)	Gap HI	HII-1	t (s)	Gap HII-1	HII-2	t (s)	Gap HII-2
p01	525	708	1.801	35%	735	174	40%	609	128	16%
p02	1.337	1.884	1.803	41%	1.677	2.292	25%	1.574	1.722	18%
p03	525	598	1.801	14%	785	3.617	50%	622	777	18%
p04	861	1.121	1.804	30%	1.332	151	55%	1.008	580	17%
p05	2.089	305	1.812	46%	2.585	3.924	24%	2.442	1.829	17%
p07	832	1.196	1.806	44%	1.323	954	59%	1.149	1.546	38%
p08	2.075	3.085	1.819	49%	2.935	4.073	41%	2.693	1.844	30%
p14	955	1.437	2	51%	1.297	6	36%	1.218	10	27%
p15	1.863	275	69	48%	26	156	40%	2.351	306	26%
p16	2.875	4.346	1.802	51%	4.015	1.025	40%	3.457	1.804	20%
p17	1.614	2.151	1.802	33%	1.947	142	21%	1.848	268	14%
p18	3.218	4.549	1.806	41%	445	367	38%	3.901	1.815	21%
p19	4.847	7.605	1.814	57%	683	3.951	41%	6.616	1.822	37%
p20	8.367	13.127	1.837	57%	13.045	5.557	56%	14.288	11.101	71%
p21	2.216	2.834	1.806	28%	2.862	1.366	29%	2.587	904	17%
p22	4.436	6.007	182	35%	6.071	3.818	37%	561	1.824	26%
p23	6.769	10.438	1.843	54%	9.184	4.617	36%	8.917	1.909	32%
p24	3.773	5.266	1.805	40%	4.335	3.663	15%	4.138	2.408	10%
p25	3.826	5.207	1.804	36%	4.381	3.637	14%	4.177	2.745	9%
p26	3.834	5.089	1.805	33%	4.484	3.638	17%	4.365	2.184	14%
p27	23.402	29.312	1.832	25%	25.755	4.147	10%	24.862	1.833	6%
p28	23.105	29.873	1.837	29%	27.418	552	19%	268	1.835	16%
p29	24.248	32.254	1.833	33%	30.219	4.305	25%	3.006	1.897	24%
p30	80.982	106.991	1.947	32%	94.366	7.632	17%	95.993	2.074	19%
p31	80.279	107.167	1.932	34%	100.342	646	25%	98.235	2.106	22%
p32	83.839	107.872	8.158	29%	94.865	7.761	13%	97.377	2.101	16%
Média			1.868	39%		2.776	32%		1.899	22%

média, em uma resposta mais próxima à solução encontrada pela heurística dos autores, sendo a heurística II com troca de dois cenários simultâneos a mais eficiente (com menor (gap));

- Embora a heurística II com duas trocas de cenários (HII-2) tenha sido melhor na maior parte dos problemas, as outras heurísticas também tiveram os seus destaques. Por exemplo, a heurística II-1 performou melhor que a heurística II-2 nos problemas p20, p30 e p32. A heurística I performou melhor que a HII-1 e HII-2 nos problemas p03 e melhor que a HII-2 no p20.
- O *gap* mínimo da heurística I para o resultado obtido por Chao, Golden e Wasil (1995) foi de 14%, *gap* este alcançado no problema 3 (p03). Ou seja, o melhor resultado encontrado para a primeira heurística desenvolvida neste trabalho foi 14% pior do que o resultado obtido pelos autores em instâncias *benchmark* da literatura. Já o *gap* máximo da heurística I para o resultado obtido pelos autores foi de 57% e correspondente ao problema 19 (p19). Analisando a heurística II-2, o *gap* mínimo obtido contra o resultado dos autores ocorreu no problema 27 (p23), em que o



resultado da heurística II-2 foi 6% pior. O pior *gap* é de 71%, referente ao problema 20;

- A heurística II-2 performou melhor que a heurística I em 25 dos 27 problemas. A heurística I foi melhor apenas nos problemas 3 (p03) e 20 (p20).
- É possível notar que tanto a heurística I quanto a heurística II (tanto HII-1 quanto HII-2) obtiveram resultados piores que Chao, Golden e Wasil (1995) em todos os problemas, conclusão evidenciada pelo *gap* positivo em todas as instâncias. Além disso, é possível concluir que a heurística II, tanto com troca dos cenários de dois clientes quanto com troca dos cenários de um cliente, performou melhor que a heurística I no critério de proximidade aos resultados dos autores. Além disso, é possível notar que a heurística II-2 é a melhor de todas, tendo obtido a menor média de *gap* para os resultados de referência.

Já era esperado o melhor desempenho da heurística II-2, uma vez que ela faz uma busca mais abrangente, trocando dois cenários de clientes ao mesmo tempo, podendo ter mais combinações de agrupamento de clientes e roteiros feitos em cada dia. Como mencionado, a heurística I agrupa os clientes a serem atendidos no mesmo dia com base no critério de proximidade geográfica (primeira etapa da heurística I), e isso é um pressuposto do algoritmo. Ou seja, a heurística I funciona a partir de uma premissa de que clientes próximos devem ser atendidos no mesmo dia, e o resultado da roteirização se dá a partir desse pressuposto inicial. Por outro lado, a heurística II começa com uma solução factível gerada a partir da minimização da ociosidade da frota de veículos, e vai fazendo melhoras na solução inicial ao trocar os cenários dos clientes dois a dois, permitindo uma maior abrangência de resultados possíveis.

### 7.3 Implementação para o estudo de caso

Esta seção é dedicada para a aplicação das heurísticas usando a base de dados dos 129 clientes da empresa parceira. Após os testes três testes desenvolvidos, com o *toy problem* de Muñoz (2018) e com instâncias *benchmark*, foi possível concluir que as heurísticas desenvolvidas alcançaram bons resultados, estando próximos dos melhores resultados da literatura e mesmo de resultados ótimos por conta do *gap* pequeno em relação em relação aos resultados da literatura e resultados ótimos. Instâncias pequenas foram solucionadas com o Gurobi, sendo possível comparar os resultados ótimos com os resultados obtidos pelas heurísticas no caso das instâncias S1. O *gap* médio entre as as heurísticas I e II-2 e

o resultado ótimo foram, respectivamente, de 25% e 9%. Além disso, instâncias de 50 a 150 clientes (S2) foram testadas com os problemas de Chao, Golden e Wasil (1995) e as heurística I e II-2 apresentaram, respectivamente, *gaps* de 32% e 22% para a solução dos autores. Dessa forma, conclui-se que as heurísticas desenvolvidas se mostraram adequadas para o estudo de caso.

Quanto às características do problema:

- Dada a confidencialidade de informações da empresa parceira, não foi possível obter a demanda semanal real dos clientes. Entretanto, a empresa informou que a demanda dos clientes tem uma moda de 20 kg por semana, um valor mínimo de 10 kg e um valor máximo de 50 kg, aproximadamente. Através desses dados, demandas aleatórias foram atribuídas para cada cliente, a partir de uma distribuição triangular;
- A empresa parceira opera todos os dias da semana com exceção do domingo, ou seja, o horizonte de planejamento usado no estudo de caso é de  $T = 6$  dias;
- As operações de São Bernardo do Campo são atendidas por uma frota homogênea de três veículos com capacidade de 1 tonelada;
- Cada cliente tem uma frequência de coleta específica que varia de 2 a 6 vezes por semana. Clientes com frequência igual 2 podem ser atendidos segundas e quintas, terças e sextas ou quartas e sábados, sendo  $S_i = \{[1, 4], [2, 5], [3, 6]\}$ . Clientes com frequência igual a 3 podem ser atendidos nas segundas, quartas e sextas ou nas terças, quintas e aos sábados, sendo  $S_i = \{[1, 3, 5], [2, 4, 6]\}$ . Clientes com frequência igual a 4 podem ser atendidos em qualquer cenário em  $S_i = \{[1, 2, 3, 4], [1, 2, 5, 6], [3, 4, 5, 6]\}$ . No caso de clientes com frequência igual a 5, o conjunto de cenários de atendimento possíveis é  $S_i = \{[1, 2, 3, 4, 5], [2, 3, 4, 5, 6]\}$ . Por fim, caso o cliente tenha a necessidade de ser atendido 6 vezes por semana, ele será atendido de segunda à sábado, ou seja,  $S_i = \{[1, 2, 3, 4, 5, 6]\}$

O estudo de caso foi solucionado com os 129 clientes da empresa parceira usando a heurística I e a heurística II, sendo a última com duas trocas de cenários (HII-2), uma vez que apresentou o melhor desempenho na maior parte dos testes realizados. Os resultados trazidos pelas heurísticas são os seguintes: A heurística I apontou um custo total, medido em quilômetros percorridos pela frota de veículos durante a semana, de 430 km. A heurística II obteve um resultado superior, de apenas 367 km.

## 7.4 Análise de rotas e *insights* obtidos

Esta seção irá discutir algumas rotas do problema e fazer alguns comentários sobre as soluções encontradas. Os roteiros criados pelas heurísticas I e II-2 estão nas Figuras 13 a 18. Vale ressaltar alguns pontos:

- Cada roteiro percorrido por um veículo é apresentado em determinada cor; ou seja, as duas cores de rotas presentes em algumas figuras representam roteiros diferentes realizados em um mesmo dia;
- Os clientes com cores azul a roxa são atendidos no dia e clientes com a mesma cor são atendidos pelo mesmo veículo. Clientes de cor cinza não são atendidos no dia;
- As figuras da esquerda representam os roteiros calculados pela heurística II, que é apresentada primeiro por ter obtido o melhor desempenho (com um custo total de 367 km). As figuras da direita representam os roteiros calculados pela heurística I;
- As abscissas e as ordenadas, representam, respectivamente, a latitude e longitude do espaço geográfico. Ou seja, os clientes são plotados em suas localizações verdadeiras para a ilustração do problema. Vale destacar que a distância entre os nós adotada no estudo de caso é a distância euclidiana;
- O quadrado vermelho é a planta de tratamento de RSS da empresa parceira, local onde os resíduos coletados devem ser destinados após o término das visitas.

Para as segundas-feiras, a heurística II aloca os clientes de maneira mais homogênea, com menos intersecções entre as rotas percorridas pelos dois veículos, como ilustrado na Figura 13. Na solução proposta pela heurística II, um veículo faz um caminho mais externo e outro veículo atende os clientes centrais. Já no caso da heurística I, as rotas dos dois veículos se cruzam diversas vezes. Vale notar que uma das rotas (a rota azul) possui clientes mais afastados do que a rota roxa.

A Figura 14 mostra o roteiro para as terças-feiras. As duas heurísticas usam apenas um veículo nesse dia e atendem clientes centrais sequencialmente.

A Figura 15 mostra que a heurística I usou dois veículos para o roteamento nas quartas-feiras, enquanto a heurística II usou apenas um veículo e um roteiro. O padrão das rotas da primeira se assemelha ao padrão formado pela heurística II na segunda-feira, em que o roteiro de um veículo (em azul) circula o os clientes centrais atendidos pelo outro veículo (em roxo), mostrando que a heurística alocou um veículo para atender os

Figura 13: Rotas percorridas nas segundas-feiras

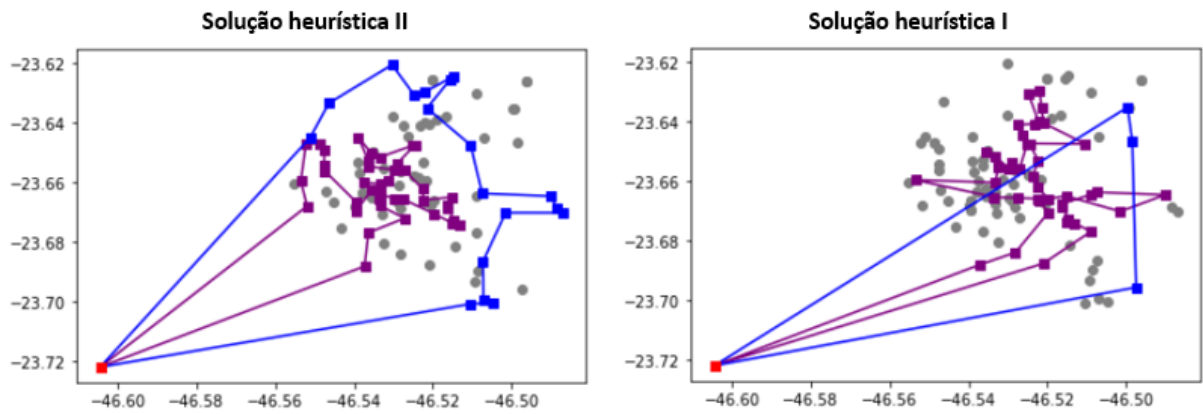
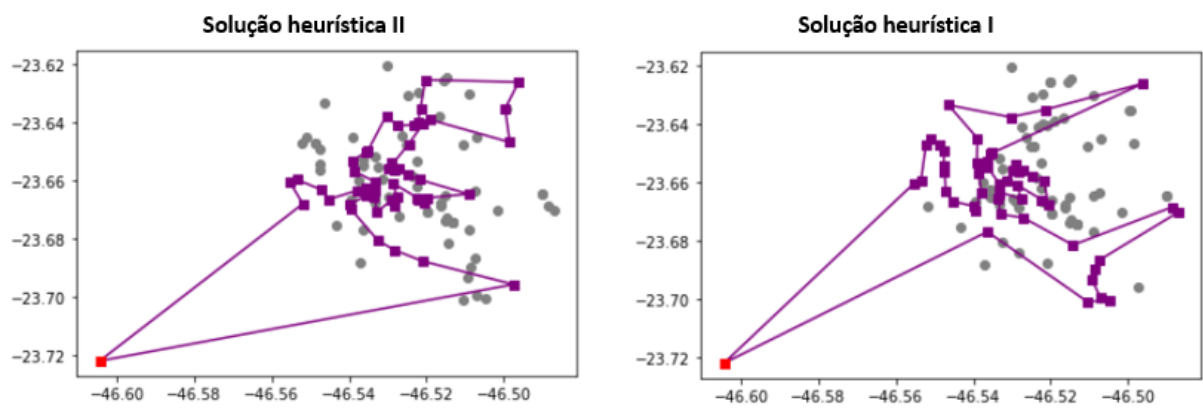
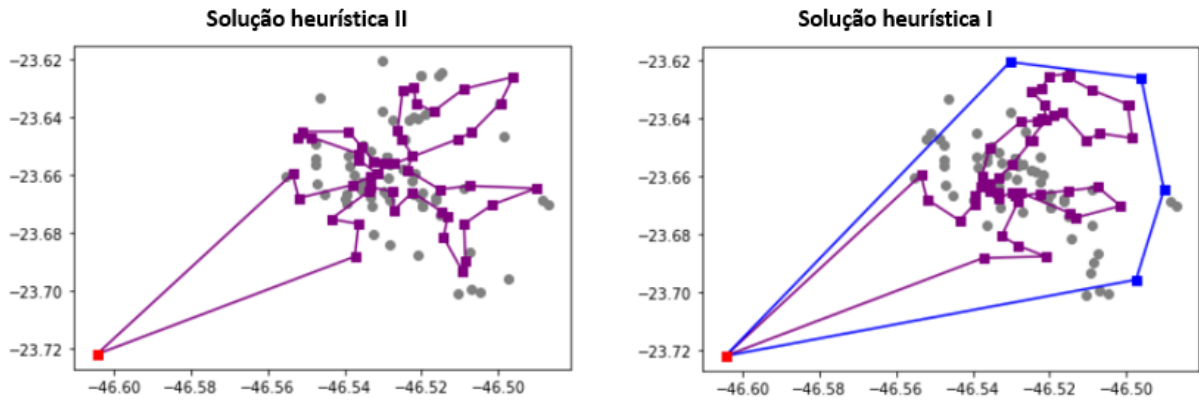


Figura 14: Rotas percorridas nas terças-feiras



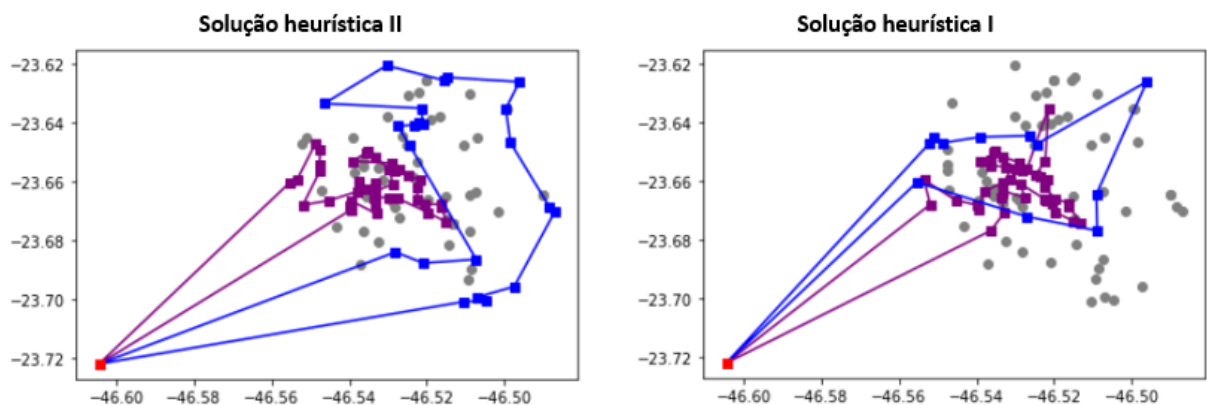
clientes mais aglomerados na região central da cidade, enquanto outro veículo dá a volta nos limites desse conjunto de clientes.

Figura 15: Rotas percorridas nas quartas-feiras



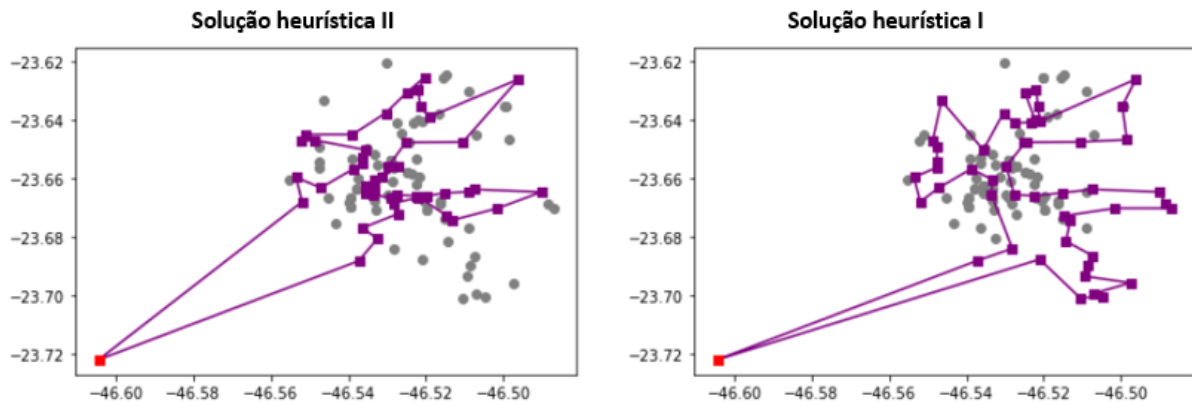
Na quinta-feira, dia ilustrado pela figura 16, ambas as heurísticas utilizaram duas rotas para o atendimento da demanda dos clientes. É possível perceber um padrão semelhante para a rota de cor roxa em ambas as heurísticas, em que clientes mais centrais são atendidos pelo mesmo veículo. A segunda rota (em azul), nas duas heurísticas, têm padrões distintos. No resultado da heurística II, o veículo que percorre o trajeto em azul não cruza a rota roxa do outro veículo. Por outro lado, na solução da heurística I, o veículo que percorre o trajeto em azul cruza a rota roxa do outro veículo.

Figura 16: Rotas percorridas nas quintas-feiras



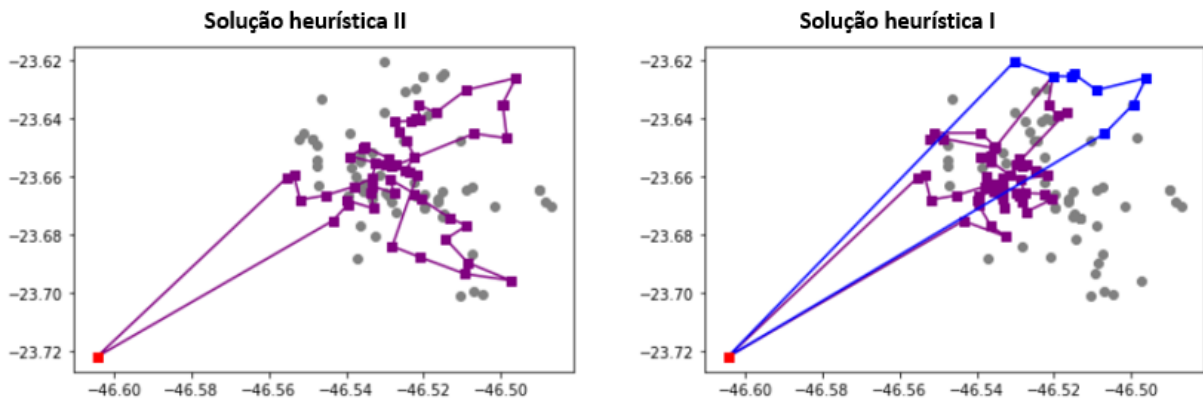
A Figura 17 ilustra as rotas percorridas nas sextas-feiras. Na sexta-feira, assim como na terça-feira, ambos os algoritmos definiram apenas uma rota a ser percorrida, alocando apenas um veículo para fazer o roteiro. Nesse caso, os padrões dos roteiros são diferentes: enquanto a heurística II está mais centralizada, sem criar roteiros tão distantes da região central, a heurística I faz vários caminhos distribuídos pela cidade de formas diferentes.

Figura 17: Rotas percorridas nas sextas-feiras



Por fim, aos sábados, como ilustrado pela Figura 18, a heurística I encontrou uma solução que exige dois roteiros, enquanto a heurística II faz apenas um. Nesse caso, a heurística II gera dois ciclos em volta da região central, onde atende alguns clientes aglomerados. Quanto à figura da direita, referente ao resultado da heurística I, percebe-se o mesmo padrão dos casos anteriores no caso de uma solução que envolve dois roteiros: um deles atende clientes mais aglomerados e no centro, enquanto outro roteiro atende clientes ao redor dos primeiros, em um formato que parece circular a região central.

Figura 18: Rotas percorridas aos sábados



Após a discussão de alguns padrões encontrados nas duas soluções obtidas, pode-se fazer algumas conclusões:

- A heurística II gera 8 rotas a serem percorridas durante uma semana de operação da empresa parceira; a heurística I, por outro lado, gera 10 rotas. Ou seja, ao usar a heurística II, a multinacional pode usar os seus veículos 8 vezes durante a semana, ou 10 vezes durante a semana no caso da heurística I;

- Como a demanda dos clientes é a mesma em ambas as heurísticas, uma alocação menor de veículos por conta de um menor número de rotas realizadas implica em uma carga de trabalho maior quando os veículos são utilizados. Esse fato pode ter implicações para a jornada de trabalho dos motoristas dos veículos;
- As duas heurísticas tem o objetivo, única e exclusivamente de minimizar a distância percorrida pela frota de veículos. Dessa forma, leva em consideração apenas os custos variáveis e atrelados à quilometragem da frota de veículo;
- Caso custos fixos sejam considerados, como a heurística II realiza menos roteiros e, portanto, usa menos tempo de mão de obra, apresenta uma solução melhor. Essa hipótese considera que alguns custos fixos sejam incorridos no momento em que o veículo sai do pátio do centro de tratamento de RSS, podendo esses custos serem um salário diário para os motoristas até um custo operacional para fazer um veículo rodar.

## 7.5 Recomendação para a empresa parceira

Os três testes conduzidos neste trabalho foram realizados com o objetivo de comprovar a eficácia das heurísticas tanto para instâncias pequenas quanto para instâncias grandes, e para definir a melhor solução para o caso da empresa parceira. Nos testes conduzidos com as instâncias de Archetti et al. (2014), chamadas de S1, e Chao, Golden e Wasil (1995), chamadas de S2, a heurística II com troca de dois cenários foi a que performou melhor na maior parte dos problemas, alcançando resultados semelhantes ao resultado ótimo nos testes (*gap* médio de 9%) com as instâncias S1. Dessa forma, a recomendação feita para a empresa parceira é realizar as rotas e atender os clientes nos dias definidos pela heurística II com troca de dois cenários. Entretanto, essa recomendação precisa ser feita com alguns adendos:

- O primeiro deles diz respeito ao fato da HII realizar menos rotas, no estudo de caso, o que implica uma maior carga horária de trabalho para o operador do veículo. Ou seja, no caso da aplicação das heurísticas para esse problema específico, a heurística II faz uma melhor utilização dos veículos. Porém, é possível que a solução da heurística II imponham muito tempo de trabalho aos motoristas, observando que a análise de tempo não fez parte do escopo deste trabalho. Cabe à empresa consultar a legislação aplicável e definir as regras de trabalho para os seus motoristas mas,

independentemente de sua escolha, torna-se importante o reconhecimento dessa característica das soluções apresentadas pela heurística II, no caso da implementação para as operações da empresa parceira;

- A segunda observação a ser feita é, caso a empresa decida implementar as soluções da heurística I, torna-se necessária uma análise de seus custos fixos e variáveis. Caso algum custo seja incorrido no processo de tirar um veículo do centro de tratamento de RSS, a heurística II passa a ser a melhor opção, dado que, conforme a experimentação realizada para o estudo de caso, exige duas viagens a menos. Vale ressaltar que o custo fixo mencionado pode ser qualquer um: desde o custo do motorista do veículo até um custo de dar a partida na operação de um veículo. Em ambos os casos, uma solução que exija que menos rotas sejam percorridas e que, consequentemente, exige que os veículos precisem sair menos vezes do pátio do centro industrial, pode ser a melhor opção.

Uma vez explicitadas as considerações julgadas importantes para a melhor avaliação da empresa parceira, cabe ressaltar que o material desenvolvido neste trabalho pode ser muito útil por conta de sua abrangência e diferentes metodologias de solução. Cabe ao usuário, portanto, definir as suas prioridades e escolher a melhor solução.



## 8 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

### 8.1 Resumo do trabalho

Este trabalho estudou um problema de logística de uma empresa multinacional de coleta de resíduos de serviços de saúde, com atuação na cidade de São Bernardo do Campo e redondezas através de uma frota de veículos e um centro de tratamento de RSS. O desafio da empresa, que foi usado de motivação para o desenvolvimento deste trabalho, é a necessidade de otimizar as suas operações de roteamento de sua frota de veículos, de forma a atender a demanda pré-definida de seus clientes. Particularmente no caso na empresa estudada, por conta da natureza dos resíduos com que lidam as suas operações, qualquer erro de programação ou falha no atendimento do cliente pode significar um problema de saúde pública, uma vez que os RSS podem estar contaminados e o seu descarte incorreto pode ser perigoso para a população de forma geral. Dessa forma, os principais objetivos deste trabalho foram a interpretação de um problema real e a aproximação e simplificação de suas características para que uma modelagem fosse realizada, visando as semelhanças do problema com a classe de problemas conhecida como problemas de roteamento de veículos periódico.

Para atingir tais objetivos, uma revisão da literatura foi realizada a respeito dos temas de gestão de resíduos de serviços de saúde, logística reversa e da classe de problemas de roteamento de veículos. O estudo desse último tópico mostrou-se essencial para o entendimento do problema e definição do modelo matemático mais adequado, também encontrado na revisão da literatura. Além disso, o estudo dos métodos de solução do problema de roteamento de veículos periódico e as suas variações contribuíram de maneira significativa para o desenvolvimento das heurísticas, que usam de dois métodos inspirados pela literatura. A geração de uma solução inicial com base no critério de minimização da distância entre clientes, empregada na heurística I, e a geração de uma solução inicial com base no critério de minimização de ociosidade de veículos, empregada na heurística II, foi inspirada pela heurística desenvolvida por Muñoz (2018). Além disso, a autora conduz a

segunda etapa de sua heurística, etapa de melhoria da solução inicial, de forma a trocar os dias em que os clientes são atendidos, trocando os cronogramas de visitas de cada um. Uma metodologia semelhante foi implementada na fase de melhoria da heurística II.

As heurísticas desenvolvidas foram testadas para a verificação de sua qualidade. Assim, o Capítulo 7 trouxe três testes diferentes conduzidos para esse fim, testes realizados antes da implementação das heurísticas no estudo de caso. No primeiro teste, referente à instância do *Toy Problem*, tanto o custo de roteamento quanto as rotas das heurísticas I e II foram comparados com a solução trazida por Muñoz (2018), sendo que os algoritmos desenvolvidos obtiveram o mesmo resultado que a autora. O segundo teste foi conduzido com instâncias pequenas e o resultado para os mesmos algoritmos foram comparados com o resultado obtido pelo Gurobi. Nesse caso, assim como no teste 1, a qualidade de ambas as heurísticas foi evidenciada dados os *gaps*, com relação à solução ótima, de 25% para a heurística I, 12% para a heurística II com troca de um cenário e 9% para a heurística II com troca de dois cenários. Por fim, o terceiro teste foi conduzido com instâncias de centenas de clientes e os resultados da HI e HII também foram comparados com os resultados da literatura. Mais uma vez, as heurísticas se mostraram adequadas, obtendo *gaps*, com relação à solução ótima, de 39% para a heurística I, 32% para a heurística II com troca de um cenário e 22% para a heurística II com troca de dois cenários.

## 8.2 Limitações das soluções propostas

Apesar de terem performado bem tanto com instâncias grandes quanto com instâncias pequenas, a implementação das heurísticas desenvolvidas possui algumas limitações. No capítulo de fundamentação teórica, foram discutidas algumas variações do PVRP que consideram diferentes características e variáveis que podem surgir em situações cotidianas. Cada variação prioriza determinada variável e foca em determinado aspecto de um problema. Por exemplo, Muñoz (2018) menciona que o PVRP clássico tende a gerar muita ociosidade na frota de veículos e que o FPVRP, por ser mais flexível quanto à alocação da demanda, reduz esse problema. Da mesma forma, o PVRPTW considera que alguns clientes podem ser atendidos apenas em determinado período de tempo, sendo essa variação mais adequada para uma prestação de serviço mais personalizada. O PVRP-SC, por sua vez, considera diferentes níveis de serviço, modelados a partir da frequência de visitas de um cliente (que passa a ser uma variável de decisão nesse problema), e que podem ser relevantes em um contexto em que os clientes podem ter necessidades e prioridades diferentes. Dessa forma, as limitações das heurísticas desenvolvidas neste trabalho são

relacionadas a alguns aspectos que são o foco de variações alternativas do PVRP, além de outras considerações. As principais limitações são discutidas:

- As soluções não consideram o aspecto humano do trabalho com a empresa parceira, ou seja, não consideram a carga horária de trabalho dos motoristas dos veículos;
- As heurísticas não consideram alterações pontuais e possíveis nas demandas dos clientes. Apesar dessas alterações não serem necessárias nas operações atuais da empresa parceira, podem se tornar uma forma de aumentar a eficiência das operações da empresa. Por exemplo, é possível que a empresa passe a sugerir algumas mudanças nos cronogramas de visitas dos clientes para facilitar as suas operações. Por exemplo, pode sugerir que um determinado cliente seja atendido na segunda, quarta e na sexta, ao invés de terça, quinta e sábado, caso essa mudança minimize os custos de roteamento da frota. Apesar de não ter a necessidade de fazer essas sugestões de mudança no contexto atual, a empresa pode fazer essa análise - de solicitar trocas de dias de atendimento de forma a otimizar as operações - de forma a gerar uma maior eficiência.
- As heurísticas não consideram custos fixos. As duas heurísticas tem o objetivo, única e exclusivamente de minimizar a distância percorrida pela frota de veículos. Dessa forma, leva em consideração apenas os custos variáveis e atrelados à quilometragem da frota de veículos. Como mencionado anteriormente, os custos fixos podem ser um componente importante para a preferência pela heurística II.

### 8.3 Considerações finais

O desenvolvimento deste trabalho foi uma experiência rica do ponto de vista pedagógico, uma vez que envolveu a aplicação de diversos conteúdos e contribuiu com algumas experiências importantes como:

- Modelagem matemática de um problema de otimização;
- Leitura de trabalhos que marcaram toda a área de Pesquisa Operacional e classe de problemas de roteamento de veículos. Essa extensa pesquisa mostrou que os trabalhos, apesar de serem feitos em diferentes épocas, se conversam e foi possível entender um pouco de como os acadêmicos e pesquisadores passam o conhecimento adiante para as próximas gerações;

- Aplicação de um problema de logística reversa aplicado a um setor delicado e muito específico;
- Desenvolvimento de metodologias alternativas para a solução do modelo matemático através de heurísticas;
- Desenvolvimento de um trabalho acadêmico complexo e extenso.

Com este trabalho, espera-se que a importância do tema de coleta e tratamento de resíduos de serviços de saúde tenha sido ilustrada. O autor tem a expectativa de que este trabalho possa contribuir para a otimização das operações da empresa parceira e para chamar a atenção para a importância do seu trabalho para a sociedade como um todo.

## REFERÊNCIAS

- ANDRÉ, S. C. d. S.; VEIGA, T. B.; TAKAYANAGUI, A. M. M. Geração de resíduos de serviços de saúde em hospitais do município de ribeirão preto (sp), brasil. *Engenharia sanitária e ambiental*, SciELO Brasil, v. 21, p. 123–130, 2016.
- ANGELELLI, E.; SPERANZA, M. G. The periodic vehicle routing problem with intermediate facilities. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 137, n. 2, p. 233–247, 2002.
- ARCHETTI, C. et al. Formulations for an inventory routing problem. *International Transactions in Operational Research*, Wiley Online Library, v. 21, n. 3, p. 353–374, 2014.
- BELTRAMI, E. J.; BODIN, L. D. Networks and vehicle routing for municipal waste collection. *Networks*, Wiley Subscription Services, Inc., A Wiley Company New York, v. 4, n. 1, p. 65–94, 1974.
- BODIN, L. D.; SEXTON, T. R. *The multi-vehicle subscriber dial-a-ride problem*. [S.l.], 1983.
- BRASIL. Agência nacional de vigilância sanitária (anvisa). resolução da diretoria colegiada nº 306, de 07 de dezembro de 2004. dispõe sobre o regulamento técnico para o gerenciamento de resíduos de serviços de saúde. *Diário Oficial da União*, 2004. Disponível em: [https://bvsms.saude.gov.br/bvs/saudelegis/anvisa/2004/res0306\\_07\\_12\\_2004.html](https://bvsms.saude.gov.br/bvs/saudelegis/anvisa/2004/res0306_07_12_2004.html).
- CAFURE, V. A.; PATRIARCHA-GRACIOLLI, S. R. Residues of health services and their environmental impacts: a bibliographical revision. *Interações (Campo Grande)*, SciELO Brasil, v. 16, p. 301–314, 2015.
- CAMPBELL, A. M.; WILSON, J. H. Forty years of periodic vehicle routing. *Networks*, Wiley Online Library, v. 63, n. 1, p. 2–15, 2014.
- CHAO, I. et al. A new algorithm for the site-dependent vehicle routing problem. In: *Advances in computational and stochastic optimization, logic programming, and heuristic search*. [S.l.]: Springer, 1998. p. 301–312.
- CHAO, I.-M.; GOLDEN, B. L.; WASIL, E. An improved heuristic for the period vehicle routing problem. *Networks*, Wiley Online Library, v. 26, n. 1, p. 25–44, 1995.
- CHRISTOFIDES, N.; BEASLEY, J. E. The period routing problem. *Networks*, Wiley Online Library, v. 14, n. 2, p. 237–256, 1984.
- COFFMAN, E. G.; GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. Approximation algorithms for bin-packing—an updated survey. In: *Algorithm design for computer system design*. [S.l.]: Springer, 1984. p. 49–106.

CORDEAU, J.-F.; GENDREAU, M.; LAPORTE, G. A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems. *Networks: An International Journal*, Wiley Online Library, v. 30, n. 2, p. 105–119, 1997.

CORDEAU, J.-F. et al. A guide to vehicle routing heuristics. *Journal of the Operational Research society*, Springer, v. 53, n. 5, p. 512–522, 2002.

CORDEAU, J.-F.; MONTRÉAL, Q. Groupe d'études et de recherche en analyse des décisions. *The VRP with time windows*. [S.l.]: Groupe d'études et de recherche en analyse des décisions Montréal, 2000.

CULLEN, F. H.; JARVIS, J. J.; RATLIFF, H. D. Set partitioning based heuristics for interactive routing. *Networks*, Wiley Online Library, v. 11, n. 2, p. 125–143, 1981.

DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. *Management science*, Inform, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959.

DEIF, I.; BODIN, L. Extension of the clarke and wright algorithm for solving the vehicle routing problem with backhauling. In: BABSON PARK, MA. *Proceedings of the Babson conference on software uses in transportation and logistics management*. [S.l.], 1984. p. 75–96.

DESAULNIERS, G. et al. Vrp with pickup and delivery. *The vehicle routing problem*, Philadelphia, v. 9, p. 225–242, 2002.

DESAULNIERS, G.; MADSEN, O. B.; ROPKE, S. Chapter 5: The vehicle routing problem with time windows. In: *Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications, Second Edition*. [S.l.]: SIAM, 2014. p. 119–159.

FLEISCHMANN, B. The vehicle routing problem with multiple use of vehicles. *Fachbereich Wirtschaftswissenschaften, Universität Hamburg*, 1990.

FRANCIS, P.; SMILOWITZ, K. Modeling techniques for periodic vehicle routing problems. *Transportation Research Part B: Methodological*, Elsevier, v. 40, n. 10, p. 872–884, 2006.

FRANCIS, P.; SMILOWITZ, K.; TZUR, M. The period vehicle routing problem with service choice. *Transportation science*, INFORMS, v. 40, n. 4, p. 439–454, 2006.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. *Computers and intractability*. [S.l.]: freeman San Francisco, 1979. v. 174.

GAUDIOSO, M.; PALETTA, G. A heuristic for the periodic vehicle routing problem. *Transportation Science*, INFORMS, v. 26, n. 2, p. 86–92, 1992.

GOLDEN, B. et al. The fleet size and mix vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, Elsevier, v. 11, n. 1, p. 49–66, 1984.

GOLDEN, B. L.; ASSAD, A. A.; WASIL, E. A. Routing vehicles in the real world: applications in the solid waste, beverage, food, dairy, and newspaper industries. In: *The vehicle routing problem*. [S.l.]: SIAM, 2002. p. 245–286.

- GOMES, L. P.; ESTEVES, R. V. R. Análise do sistema de gerenciamento dos resíduos de serviços de saúde nos municípios da bacia hidrográfica do rio dos sinos, rio grande do sul, brasil. *Engenharia Sanitária e Ambiental*, SciELO Brasil, v. 17, p. 377–384, 2012.
- GOVINDAN, K.; SOLEIMANI, H.; KANNAN, D. Reverse logistics and closed-loop supply chain: A comprehensive review to explore the future. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 240, n. 3, p. 603–626, 2015.
- GUROBI. *Mixed Integer Programming (MIP) - A Primer on the Basics*. 2022. Disponível em: <https://www.gurobi.com/resource/mip-basics/>.
- JAW, J.-J. et al. A heuristic algorithm for the multi-vehicle advance request dial-a-ride problem with time windows. *Transportation Research Part B: Methodological*, Elsevier, v. 20, n. 3, p. 243–257, 1986.
- KOÇ, Ç. et al. Thirty years of heterogeneous vehicle routing. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 249, n. 1, p. 1–21, 2016.
- KRAMER, R. H. F. R.; SUBRAMANIAN, A.; PENNA, P. H. V. Problema de roteamento de veículos assimétrico com frota heterogênea limitada: um estudo de caso em uma indústria de bebidas. *Gestão & Produção*, SciELO Brasil, v. 23, p. 165–176, 2015.
- LAPORTE, G.; NOBERT, Y. Exact algorithms for the vehicle routing problem. In: *North-Holland Mathematics Studies*. [S.l.]: Elsevier, 1987. v. 132, p. 147–184.
- MUÑOZ, D. L. H. The flexible periodic vehicle routing problem: modeling alternatives and solution techniques. Universitat Politècnica de Catalunya, 2018.
- NEWMAN, A. M.; YANO, C. A.; KAMINSKY, P. M. Third party logistics planning with routing and inventory costs. In: *Supply chain optimization*. [S.l.]: Springer, 2005. p. 87–122.
- ORGANIZATION, W. H. *Health-Care waste*. 2018. Disponível em: <https://www.who.int/news-room/fact-sheets/detail/health-care-waste>.
- ORGANIZATION, W. H. et al. Water, sanitation and hygiene in health care facilities: status in low and middle income countries and way forward. World Health Organization, 2015.
- PEPIN, J. et al. Evolution of the global burden of viral infections from unsafe medical injections, 2000–2010. *PloS one*, Public Library of Science San Francisco, USA, v. 9, n. 6, p. e99677, 2014.
- PEREIRA, E. A.; SILVA, K. A. d.; SOUZA, H. A. d. Tratamento dos resíduos sólidos de serviço de saúde através de micro-ondas. In: *III Congresso Brasileiro de Gestão Ambiental. Goiânia-GO*. [S.l.: s.n.], 2012.
- RAMIREZ, M. P. A review of vehicle routing problem variants and an application in the context of wasted oil collection. 2021.
- RAMOS, Y. S. et al. Vulnerabilidade no manejo dos resíduos de serviços de saúde de João Pessoa (pb, brasil). *Ciência & Saúde Coletiva*, SciELO Brasil, v. 16, p. 3553–3560, 2011.

RUSSELL, R.; IGO, W. An assignment routing problem. *Networks*, Wiley Online Library, v. 9, n. 1, p. 1–17, 1979.

SAVELSBERGH, M. W.; SOL, M. The general pickup and delivery problem. *Transportation science*, INFORMS, v. 29, n. 1, p. 17–29, 1995.

SOLOMON, M. M. Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations research*, Informs, v. 35, n. 2, p. 254–265, 1987.

SOLOMON, M. M.; DESROSIERS, J. Survey paper—time window constrained routing and scheduling problems. *Transportation science*, INFORMS, v. 22, n. 1, p. 1–13, 1988.

STOCK, J. R. Development and implementation of reverse logistics programs. In: *ANNUAL CONFERENCE PROCEEDINGS, COUNCIL OF LOGISTICS MANAGEMENT*.— [S.l.: s.n.], 1998.

TAILLARD, É. D. A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet vrp. *RAIRO-Operations Research*, EDP Sciences, v. 33, n. 1, p. 1–14, 1999.

TAN, C.; BEASLEY, J. A heuristic algorithm for the period vehicle routing problem. *Omega*, Elsevier, v. 12, n. 5, p. 497–504, 1984.

TONANONT, A. Performance evaluation in reverse logistics with data envelopment analysis. *Industrial & Manufacturing Engineering*, 2009.

TOTH, P.; VIGO, D. *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. [S.l.]: SIAM, 2014.

WIKIPEDIA. *São Bernardo do Campo*. 2022. Disponível em: [https://pt.wikipedia.org/wiki/S%C3%A3o\\_Bernardo\\_do\\_Campo#/media/Ficheiro:SaoPaulo\\_Municip\\_SaoBernardodoCampo.svg](https://pt.wikipedia.org/wiki/S%C3%A3o_Bernardo_do_Campo#/media/Ficheiro:SaoPaulo_Municip_SaoBernardodoCampo.svg).

YU, B.; YANG, Z. Z. An ant colony optimization model: The period vehicle routing problem with time windows. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, Elsevier, v. 47, n. 2, p. 166–181, 2011.